

ВРЕМЕННОЙ ОТКЛИК ТОНКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАММЫ В РАСТВОРЕ КРАСИТЕЛЯ, МОДЕЛИРУЕМОМ ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВОЙ СХемой ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ

Е.В. Воробьева, В.В. Ивахник

Самарский государственный университет

Аннотация

Для тонкой динамической голограммы в растворе красителя, моделируемом четырехуровневой схемой энергетических уровней, найден вид временного отклика в виде суммы трех экспоненциальных функций. Получены зависимости весовых коэффициентов и скоростей уменьшения экспоненциальных функций от интенсивности излучения, записывающего голограмму, параметров красителя.

Введение

Любое оптическое устройство, в том числе и динамическая голограмма, осуществляет преобразование комплексной амплитуды падающей на нее волны с определенной точностью [1-3]. При использовании динамической голограммы в лазерных измерительных устройствах необходимо установление однозначной связи между пространственной, временной структурой, энергетическими параметрами взаимодействующих волн. Вид этой связи существенным образом зависит от характеристик нелинейной среды, в которой осуществляется запись динамической голограммы.

В настоящей работе для тонкой динамической голограммы в растворе красителя, моделируемого четырехуровневой схемой энергетических уровней, анализируется связь между временными зависимостями комплексных амплитуд предметной и восстановленной волн.

1. Модель красителя

Рассмотрим раствор красителя, моделируемого четырехуровневой схемой энергетических уровней, два из которых синглетные, а два других - триплетные (рис.1).

Система кинетических уравнений, описывающая изменение заселенности энергетических уровней, есть [4]

$$\begin{cases} \frac{dN_2}{dt} = I\sigma_{12}N_1 - (I\sigma_{21} + \delta_{21} + \delta_{23})N_2, \\ \frac{dN_3}{dt} = \delta_{23}N_2 - (I\sigma_{34} + \delta_{31})N_3, \\ \frac{dN_4}{dt} = I\sigma_{34}N_3 - \delta_{41}N_4, \\ N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = N. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь N_1 и N_2 - заселенности основного и возбужденного синглетных состояний, N_3 и N_4 - заселенности триплетных состояний, σ_{ij} и δ_{ij} - сечения поглощения (испускания) и вероятности безызлучательных переходов между i и j энергетическими уровнями, I - интенсивность излучения.

2. Запись динамической голограммы

Пусть тонкий слой красителя располагается в плоскости $z = 0$. Будем записывать голограмму плоскими волнами, падающими на слой красителя под одинаковыми углами.

скими волнами, падающими на слой красителя под одинаковыми углами.

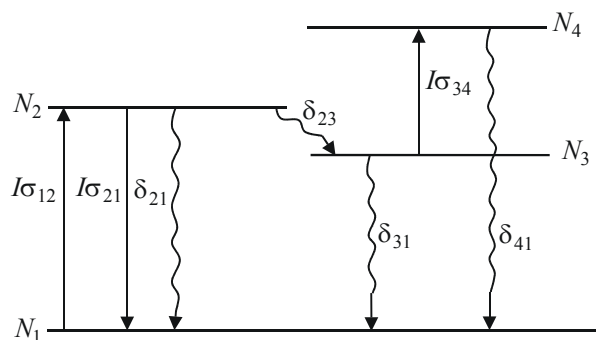


Рис.1. Схема энергетических уровней.

Тогда распределение интенсивности в зависимости от поперечной координаты x будет иметь следующий вид:

$$I = I_0 \left(1 + f \cdot \cos [Kx + \varphi(t)] \right). \quad (2)$$

Здесь I_0 и $\varphi(t)$ - средняя интенсивность и разность фаз волн, записывающих голограмму, K и f - волновое число и глубина модуляции записываемой интерференционной решетки.

Периодическое изменение интенсивности излучения приводит к периодическому изменению заселенности энергетических уровней красителя.

Используя разложение в ряд Фурье, представим заселенности энергетических уровней в виде суммы:

$$N_l = \sum_{j=-\infty}^{\infty} N_{lj} \exp(-ijKx), l = 1 \div 4. \quad (3)$$

Будем использовать следующие приближения: 1. пространственное изменение заселенностей происходит по гармоническому закону ($N_{11} \gg N_{12} \gg \dots$), 2. глубина модуляции заселенностей небольшая ($N_{10} \gg N_{11}$).

С учетом сделанных приближений после подстановки (2), (3) в систему уравнений (1) она распадается на систему двух дифференциальных уравнений, первая из которых совпадает по виду с системой уравнений (1) при замене в ней N_l на N_{l0} и I на I_0 , а вторая имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dN_{21}}{dt} = I_0 \sigma_{12} N_{11} - (I_0 \sigma_{21} + \delta_{21} + \delta_{23}) N_{21} + \\ + F_1(t), \\ \frac{dN_{31}}{dt} = \delta_{23} N_{21} - (I_0 \sigma_{34} + \delta_{31}) N_{31} + F_2(t), \\ \frac{dN_{41}}{dt} = I_0 \sigma_{34} N_{31} - \delta_{41} N_{41} - F_2(t), \\ N_{11} + N_{21} + N_{31} + N_{41} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $F_j(t) = F_{j0}(t) \exp\{-i\varphi(t)\}$, $F_{10}(t) = \frac{1}{2} I_0 f(N_{10} \sigma_{12} - N_{20} \sigma_{21})$, $F_{20}(t) = -\frac{1}{2} I_0 f \sigma_{34} N_{30}$.

С учетом начальных условий $N_{20}(t=0) = N_{30}(t=0) = N_{40}(t=0) = 0$, $N_{10}(t=0) = N$ для средних значений заселенностей энергетических уровней в случае установившегося процесса $\left(\frac{dN_{l0}}{dt} = 0, l = 1 \div 4\right)$ имеем

$$\begin{aligned} N_{20} &= N I_0 \sigma_{12} \delta_{41} p P, \\ N_{30} &= N I_0 \sigma_{12} \delta_{23} \delta_{41} P, \\ N_{40} &= N I_0^2 \sigma_{12} \sigma_{34} \delta_{23} P. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $P = \left\{ \left[I_0 (\sigma_{12} + \sigma_{21}) + \delta_{21} + \delta_{23} \right] p \delta_{41} + I_0 \sigma_{12} \delta_{23} \delta_{41} + I_0^2 \sigma_{12} \sigma_{34} \delta_{23} \right\}^{-1}$, $p = I_0 \sigma_{34} + \delta_{31}$.

Решая систему уравнений (4) с учетом граничных условий ($N_{l1} = 0, l = 1 \div 4$), получим

$$\begin{aligned} N_{21} &= \sum_{j=1}^3 C_j \exp(\lambda_j t), \\ N_{31} &= \delta_{23} \sum_{j=1}^3 \frac{C_j \exp(\lambda_j t)}{(\lambda_j + p)}, \\ N_{41} &= I_0 \sigma_{34} \delta_{23} \sum_{j=1}^3 \frac{C_j \exp(\lambda_j t)}{(\lambda_j + p)(\lambda_j + \delta_{41})}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $C_j(t) = \frac{\Delta_j}{\Delta_0} \int_0^t \exp\{-\lambda_j t_1 - i\varphi(t_1)\} dt_1$,

$$\Delta_1 = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{(\lambda_2 + p)(\lambda_2 + \delta_{41})(\lambda_3 + p)(\lambda_3 + \delta_{41})} \times \left\{ F_{10} - \frac{F_{20}}{\delta_{23}} \left[\frac{(\lambda_2 + \delta_{41})(\lambda_3 + \delta_{41})}{I_0 \sigma_{34}} + \lambda_2 + \lambda_3 + p + \delta_{41} \right] \right\},$$

$$\Delta_2 = \frac{\lambda_3 - \lambda_1}{(\lambda_1 + p)(\lambda_1 + \delta_{41})(\lambda_3 + p)(\lambda_3 + \delta_{41})} \times \left\{ F_{10} - \frac{F_{20}}{\delta_{23}} \left[\frac{(\lambda_1 + \delta_{41})(\lambda_3 + \delta_{41})}{I_0 \sigma_{34}} + \lambda_1 + \lambda_3 + p + \delta_{41} \right] \right\},$$

$$\Delta_3 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{(\lambda_1 + p)(\lambda_1 + \delta_{41})(\lambda_2 + p)(\lambda_2 + \delta_{41})} \times \left\{ F_{10} - \frac{F_{20}}{\delta_{23}} \left[\frac{(\lambda_1 + \delta_{41})(\lambda_2 + \delta_{41})}{I_0 \sigma_{34}} + \lambda_1 + \lambda_2 + p + \delta_{41} \right] \right\},$$

$$\Delta_0 = \{(\lambda_1 + p)(\lambda_1 + \delta_{41})(\lambda_2 - \lambda_3) + (\lambda_2 + p)(\lambda_2 + \delta_{41}) \times (\lambda_3 - \lambda_1) + (\lambda_3 + p)(\lambda_3 + \delta_{41})(\lambda_1 - \lambda_2)\} \times$$

$$\times \frac{1}{\prod_{j=1}^3 (\lambda_j + p)(\lambda_j + \delta_{41})}, \quad \lambda_1 = M_1 + M_2 - \frac{a}{3},$$

$$\lambda_{2,3} = -\frac{M_1 + M_2}{2} \pm i \frac{M_1 - M_2}{2} \sqrt{3} - \frac{a}{3},$$

$$M_{1,2} = \left\{ -\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \frac{ab}{6} - \frac{c}{2} \pm \left[\left(-\frac{a^2}{9} + \frac{b}{3}\right)^3 + \left(\left(\frac{a}{3}\right)^3 - \frac{ab}{6} + \frac{c}{2}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}},$$

$$a = I_0 (\sigma_{12} + \sigma_{21} + \sigma_{34}) + \delta_{21} + \delta_{23} + \delta_{31} + \delta_{41},$$

$$\begin{aligned} b &= I_0 \sigma_{12} (\delta_{23} + \delta_{31} + \delta_{41}) + \\ &+ I_0 \sigma_{34} (I_0 \sigma_{21} + \delta_{21} + \delta_{23} + \delta_{41}) + \\ &+ (I_0 \sigma_{21} + \delta_{21} + \delta_{23}) (\delta_{31} + \delta_{41}) + I_0^2 \sigma_{12} \sigma_{34} + \delta_{31} \delta_{41}, \\ c &= I_0^2 \sigma_{34} [\sigma_{12} (\delta_{41} + \delta_{23}) + \sigma_{21} \delta_{41}] + \\ &+ I_0 \delta_{41} [\sigma_{12} (\delta_{23} + \delta_{31}) + \sigma_{21} \delta_{31} + \sigma_{34} (\delta_{21} + \delta_{23})] + \\ &+ \delta_{31} \delta_{41} (\delta_{21} + \delta_{23}). \end{aligned}$$

3. Считывание голограммы

Будем считывать голограмму излучением на длине волны, совпадающей с длиной волны излучения, записывающего голограмму. Тогда для рассматриваемой четырехуровневой модели красителя коэффициент поглощения связан с заселенностью основного энергетического уровня соотношением вида

$$\alpha = N_1 \sigma_{12} - N_2 \sigma_{21} + N_3 \sigma_{34} \quad (7)$$

С учетом (3) коэффициент поглощения красителя можно представить в виде суммы

$$\alpha = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \alpha_j \exp(-ijKx). \quad (8)$$

Подставив выражения для заселенностей энергетических уровней (6), (7) в формулу для коэффициента поглощения (8) при $j = 1$, получим для установившегося процесса выражение для амплитуды первой гармоники в разложении коэффициента поглощения в ряд:

$$\alpha_1 = \int_0^t \left[\sum_{j=1}^3 A_j \exp(\lambda_j(t-t_1)) \right] \exp(-i\varphi(t_1)) dt_1, \quad (9)$$

$$\text{где } A_j = -\frac{\Delta_j}{\Delta_0} \left[(\sigma_{12} + \sigma_{21}) + \frac{(\sigma_{12} - \sigma_{34})\delta_{23}}{(\lambda_j + p)} + \frac{I_0\sigma_{12}\sigma_{34}\delta_{23}}{(\lambda_j + p)(\lambda_j + \delta_{41})} \right].$$

Если голограмма тонкая, т.е. изменением интенсивностей волн, записывающих голограмму, на ее толщине можно пренебречь, то амплитуда волны, восстановленной с голограммы (A_d), с точностью до постоянного множителя определяется амплитудой первой гармоники в разложении коэффициента поглощения в ряд

$$A_d = \alpha_1.$$

Тогда временной отклик тонкой динамической голограммы в растворе красителя, моделируемом четырехуровневой схемой энергетических уровней, будет иметь вид:

$$\chi(t-t_1) = \sum_{j=1}^3 A_j \exp\{\lambda_j(t-t_1)\}. \quad (10)$$

Временной отклик тонкой динамической голограммы представляет сумму трех экспоненциальных функций, весовые коэффициенты (A_j) и скорость уменьшения во времени (λ_j) которых зависят от интенсивности излучения, записывающего голограмму, параметров красителя.

Литература

1. Папулис А. Теория систем и преобразований в оптике. М.: Мир. 1971.
2. Васильев Л.А., Галушкин М.Г., Серегин А.М., Чебуркин Н.В. // Квантовая электроника. 1982. Т.9. №8. С.1571-1575
3. Гаращук В.П., Ивахник В.В., Никонов В.И. // Оптика и спектроскопия. 1998. Т.85. №4. С.671-676.
4. Тихонов Е.А., Шпак М.Т.. Нелинейные оптические явления в органических соединениях. - Киев. Н.:Думка. 1979.