

**СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ ПЛАНАРНОГО КИРАЛЬНОГО ВОЛНОВОДА***Моисеева Н.М.**Волгоградский государственный университет***Аннотация**

Найдены явные выражения для плоских волн в киральных средах. Показано, что в киральной среде между волнами ТЕ- и ТМ-типа происходит обмен энергией в процессе распространения, а также при отражении от границ киральной среды с диэлектриками. Между волнами правой и левой круговой поляризации также происходит взаимодействие в киральной среде. Показано, что волны, распространяющиеся в киральной среде без взаимодействия, следует искать, выбрав соответствующие базисные поляризации. С помощью преобразования координат получен базис из двух волн эллиптической поляризации. Эти волны в планарном киральном волноводе являются независимыми. Получены матрицы отражения для базисных волн на границе «киральная среда-диэлектрик». Выполнен расчёт дисперсионных кривых для собственных независимых волн эллиптической поляризации кирального планарного волновода.

**Ключевые слова:** киральная среда, планарный волновод, независимость решений, дисперсионное уравнение, полное внутреннее отражение, фазовый сдвиг при отражении света.

**Введение**

В настоящее время растёт интерес исследователей к волноведущим объектам из различных искусственных материалов. Это объясняется интенсивным развитием оптоэлектроники и нанотехнологий. Планарные волноводы применяются при изготовлении различных устройств нанофотоники: оптических интегральных схем фильтров, преобразователей фазы. Для управления локализацией электромагнитных волн в новых оптических устройствах применяются совершенно новые среды, обладающие необычными характеристиками, например, киральностью. Явление киральности, или хиральности, связано с асимметрией правого и левого. Например, в химии известны соединения, которые различаются лишь тем, что являются зеркальными отражениями друг друга, в частности, глюкоза и галактоза. Открытие киральности связано с исследованием оптической активности, способности некоторых сред вращать плоскость поляризации. Оптические свойства материалов влияют на характер распространения волн. Поэтому киральные среды перспективны для создания волноведущих структур с заданными поляризационными свойствами, а также при разработке устройств интегральной оптики, для создания новых покрытий, управляющих поляризацией света.

Распространению электромагнитных волн в киральных средах посвящена книга российских учёных [1]. В ней классические задачи электродинамики об отражении, дифракции и излучении электромагнитных волн обобщены на случай киральной среды. Найдены амплитудные френелевские коэффициенты отражения и пропускания света с учётом взаимодействия волн ТЕ- и ТМ-типов, в качестве собственных волн для планарных волноводов выбраны волны правой (ПКП) и левой круговых поляризации (ЛКП). В то же время в работе указано на возникновение бифуркаций в киральных средах: возникновение не одной собственной волны, а двух волн – ПКП и ЛКП.

В литературе часто вместо базиса используются как волны круговой поляризации, так и волны двух

линейных базисных поляризаций. Вектор напряжённости электрического поля можно разложить по двум векторам, например по направлениям ТЕ и ТМ, или по двум волнам круговой поляризации. Однако в обоих случаях между волнами происходит обмен энергией как внутри киральной среды, так и при отражении на её границах [2], поэтому они не могут быть выбраны в виде независимых, базисных решений для кирального слоя [3]. По этой причине при математическом описании явления распространения электромагнитных волн в киральной среде исследователи часто применяют нестандартные методы. Так, для расчёта частотных зависимостей коэффициентов отражения для волн ТЕ- и ТМ-типов в работе [4] применяется метод дифференциальной прогонки. Матрица Коши для однородного кирального слоя с учётом взаимодействия волн ТЕ и ТМ найдена в работе [2], матрица решения для неоднородной среды рассчитывается путём перемножения матриц Коши набора однородных слоёв.

Первые работы, в которых исследовалось взаимодействие электромагнитных волн с киральными средами, были посвящены изучению оптической активности. В 1811 году Араго изучал явление вращения плоскости поляризации света при его распространении через кристалл кварца [7]. Позднее опыты с кристаллами кварца выполнял Био, обнаружив зависимость между толщиной кристалла и углом вращения плоскости поляризации, от угла поворота плоскости поляризации света, от длины волны, а также отсутствие явления при использовании двух кристаллов одинаковой толщины с противоположными направлениями вращения [8]. Также он открыл оптическую активность у органических жидкостей: скипидара, лаврового масла, спиртового раствора камфары, водного раствора сахара и винной кислоты. В середине XIX века Луи Пастер положил начало стереохимии, выдвинув постулат о том, что трёхмерные молекулы могут быть хиральными; в этом случае вещество является оптически активным [9]. В 20-е годы XX века Линдман первым создал

макроскопическую модель взаимодействия света и киральной среды. Для этого в диэлектрик помещались случайно ориентированные киральные проводники, вместо видимого света использовались микроволны [10]. В конце 70-х годов XX века вышла работа [11]. В ней выполнен анализ распространения электромагнитной волны в композитной киральной среде. Показано, что киральная среда меняет поляризацию электромагнитной волны. Изучались физические основы этого явления. Также в работе [11] было высказано утверждение, что киральность является характерной особенностью всего живого. Интерес исследователей к киральным средам значительно вырос после выхода работы [12]. В ней методом интегральных уравнений рассчитывалось рассеяние электромагнитных волн на асимметричных рассеивающих объектах, обладающих киральностью. Исследовались зависимости характеристик рассеяния и поглощения плоских волн различных поляризаций для сферических частиц различной формы.

В работе [13] Френель показал, что свет, распространяющийся вдоль оси кристалла кварца, можно представить в виде двух циркулярно поляризованных волн: правой и левой, распространяющихся с разными фазовыми скоростями. Френель предложил объяснение различию двух фазовых скоростей поляризованных по кругу волн, предположив, что молекула, закрученная, например, вправо, различным образом взаимодействует с волнами, имеющими правую и левую круговую поляризацию. Представление о двух циркулярно поляризованных волнах, независимо распространяющихся в киральной среде, является традиционным [14] и встречается в работах различных исследователей [15–16]. В настоящее время интерес к киральным средам связан с решением таких задач, как эффект сверхразрешения, преодоление дифракционного предела, распространение электромагнит-

ных волн с очень высоким значением волнового вектора и других задач нанопотоники [17].

Целью настоящей работы являлось нахождение волн, распространяющихся в киральной среде независимо, без взаимодействия, расчёт фазовых сдвигов базисных волн на границах раздела сред, расчёт дисперсионных кривых для собственных волн в киральном планарном волноводе.

### 1. Расчёт базисных волн, распространяющихся в киральной среде

Базисные решения для киральной среды следует выбрать таким образом, чтобы во всех точках среды, кроме, может быть, границ раздела, между волнами не происходило взаимодействия. Для этого найдём решение уравнений Максвелла с учётом материальных уравнений. Для рассматриваемых киральных сред материальные уравнения записываются в следующем виде [1, с. 24]:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \mp i\chi \vec{H}, \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \pm i\chi \vec{E}. \end{aligned} \quad (1)$$

Верхние знаки соответствуют киральной среде на основе зеркально асимметричных элементов, имеющих правую закрученность, а нижние знаки – среде на основе левозакрученных элементов. Рассмотрим трёхслойный планарный киральный волновод, схематически представленный на рис. 1. Волна распространяется в плоскости падения  $XOZ$  в среде «2», покровная среда «1» и основание «3» являются изотропными диэлектриками. Подстановка уравнений (1) в уравнения Максвелла для роторов полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  при выполнении условий:  $(\partial/\partial z)F_i = ik_0\alpha F_i$  и  $(\partial/\partial y)F_i = 0$  для всех проекций полей  $F_i$  в уравнениях Максвелла, приводит к системе из четырёх ОДУ первого порядка:

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} E_y \\ H_z \\ H_y \\ E_z \end{pmatrix} = ik_0 \begin{pmatrix} 0 & \mu & 0 & \pm i\chi \\ \epsilon \left(1 - \frac{\alpha^2}{\epsilon\mu - \chi^2}\right) & 0 & \mp i\chi \left(1 + \frac{\alpha^2}{\epsilon\mu - \chi^2}\right) & 0 \\ 0 & \pm i\chi & 0 & -\epsilon \\ \mp i\chi \left(1 + \frac{\alpha^2}{\epsilon\mu - \chi^2}\right) & 0 & -\mu \left(1 - \frac{\alpha^2}{\epsilon\mu - \chi^2}\right) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_y \\ H_z \\ H_y \\ E_z \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Параметр  $\alpha$  связан с постоянной распространения волны  $\beta$ :  $\beta = k_0\alpha$ , причём в диэлектриках «1» и «3»  $\alpha = \sqrt{\epsilon_1\mu_1} \sin \theta_1 = \sqrt{\epsilon_3\mu_3} \sin \theta_3$ ; согласно закону Снеллиуса, он будет иметь постоянное значение во всех трёх слоях. В киральной среде параметр  $\alpha$  рассчитывается по формуле:  $\alpha = (\sqrt{\epsilon\mu} \pm \chi) \sin \theta_2$ . Первые два уравнения в системе ОДУ (2) описывают распространение волны ТЕ-, а третье и четвертое – распространение волны ТМ-типа. Из системы (2) видно, что эти две волны взаимодействуют между собой в среде с киральностью. В работе [2] было показано, что распространение ТЕ-волны в киральной среде ведёт к появлению ТМ-волны и на-

оборот. При падении волны ТЕ на границу раздела «киральная среда – диэлектрик» отражается как волна ТЕ, так и ТМ. При отражении ТМ-волны появляются две волны: ТМ и ТЕ. Между волнами правой и левой круговой поляризаций в киральных средах и при отражении от границ раздела также происходит взаимодействие [3]. Поэтому в качестве базисных волн киральной среды целесообразно выбрать такие, чтобы матрица системы (2) преобразовала векторы, составленные из проекций полей этих волн, типа:

$$\begin{pmatrix} E_p \cos \theta \\ E_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_z \\ E_y \end{pmatrix} \quad (3)$$

в коллинеарные им векторы. Такой подход был применён в работе [5] для анизотропной среды с произвольной ориентацией оптической оси относительно плоскости падения. Независимые волны можно рассчитать, если построить для них векторы вида (3), взяв их компоненты  $E_z$  и  $E_y$  из собственных векторов матрицы системы (2). Для нахождения собственных векторов системы ОДУ (2) сначала следует получить собственные значения  $\lambda_j$  её основной матрицы, стоящей в правой части. Они имеют вид:

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{(\sqrt{\epsilon\mu} - \chi)^2 - \alpha^2}, \quad (4a)$$

$$\lambda_{3,4} = \pm \sqrt{(\sqrt{\epsilon\mu} + \chi)^2 - \alpha^2}. \quad (4б)$$

Эти значения определяют все возможные проекции волнового вектора:  $k_{xj} = k_0 \lambda_j$ . Для всех найденных значений  $\lambda_j$  можно рассчитать собственные векторы основной матрицы системы (2). Они записываются в виде:

$$(A_j E_z \quad B_j E_z \quad C_j E_z \quad E_z)^T. \quad (5)$$

Коэффициенты  $B_j$  и  $C_j$  в дальнейших расчётах в настоящей работе не понадобятся. Коэффициент  $A_j$  определяется для каждого из четырёх собственных значений  $\lambda_j$  и рассчитывается по формулам:

$$A_{1,2} = \pm i (-1)^l \frac{\sqrt{(\sqrt{\epsilon\mu} - \chi)^2 - \alpha^2} (\epsilon\mu - \chi^2)}{(\chi - \sqrt{\epsilon\mu})(\epsilon\mu - \chi^2 - \alpha^2)}, \quad (6a)$$

$$A_{3,4} = \pm i (-1)^l \frac{\sqrt{(\sqrt{\epsilon\mu} + \chi)^2 - \alpha^2} (\epsilon\mu - \chi^2)}{(\chi + \sqrt{\epsilon\mu})(\epsilon\mu - \chi^2 - \alpha^2)}. \quad (6б)$$

Здесь  $l=1$  для сред с закрученностью влево, и  $l=2$  для сред с правой закрученностью. Верхние знаки «+» в формулах (4a), (4б), (6a) и (6б) соответствуют волне, распространяющейся в положительном направлении оси  $OX$ , а нижние знаки «-» – волне, отражённой от границы «2-3».

**2. Расчёт собственных волн кирального волновода**

Рассмотрим распространение электромагнитных волн в планарном волноводе, изображённом на рис. 1. Слой «2» является киральным.

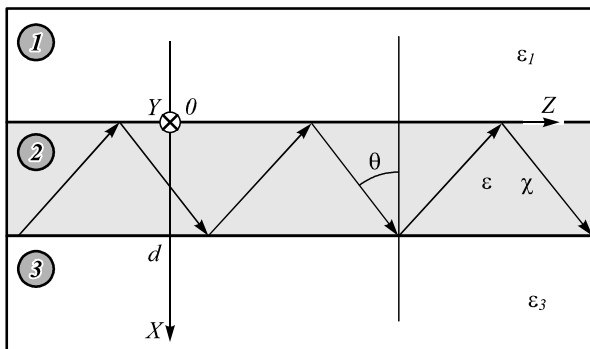


Рис. 1. Трёхслойный киральный волновод

В киральном волноводе собственными волнами являются четыре волны эллиптической поляризации; эти волны не взаимодействуют между собой в среде, поэтому их удобно выбрать в качестве базиса. Для всех собственных волн форма записи вектора Джонса будет одинаковой:

$$\begin{pmatrix} E_p \\ E_s \end{pmatrix}_j = \begin{pmatrix} \frac{1}{\cos \theta_j} E_z \\ A_j \cdot E_z \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Вектор Джонса (7) отличается от вектора (3) тем, что в векторе (7) первая компонента является составляющей вектора электрического поля, параллельной плоскости падения  $XOZ$ , а в векторе (3) присутствует только её проекция на границу раздела сред, то есть компонента поля  $E_z$ . Из формул (6) следует, что независимые волны (7) будут иметь правую и левую эллиптическую поляризацию, они не ортогональны, но и не коллинеарны, поэтому они могут образовать базис для вектора  $\vec{E}$ , как любые два неколлинеарных вектора.

Мы рассматриваем случай, когда для всех трёх сред волновода  $\mu = 1$ . С учётом граничных условий непрерывности тангенциальных составляющих векторов напряжённости электрического и магнитного полей на границах раздела сред запишем сшивку решений на одной из границ, например на границе «2-1». Все проекции полей удобно выразить через компоненту  $E_z$ . Первой паре собственных значений  $\lambda_{1,2}$  в волноводе могут соответствовать 4 волны: две волны  $E_{i1}$  и  $E_{i2}$  падают на границу «2-1» из среды «2», а другие две –  $E_{r1}$  и  $E_{r2}$  отражаются от границы «2-1» назад в среду «2». Второй паре собственных значений  $\lambda_{3,4}$  также поставим в соответствие четыре волны: две падающие на границу раздела и две отражённые. При сшивке граничных условий непрерывности тангенциальных составляющих полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  получается СЛАУ:

$$\begin{cases} d(E_{i1} + E_{i2} + E_{r1} + E_{r2}) = \\ = e(E_{i1} - E_{i2} + E_{r1} - E_{r2}) + \\ + f(E_{i1} + E_{i2} + E_{r1} + E_{r2}), \\ a(E_{i1} + E_{i2} + E_{r1} + E_{r2}) = \\ = b(E_{i1} - E_{i2} - E_{r1} + E_{r2}) + \\ + c(E_{i1} + E_{i2} + E_{r1} + E_{r2}). \end{cases} \quad (8)$$

Значения  $a, b, c, d, e, f$  рассчитываются по формулам:

$$a = \mp i \chi A_{1,3} \frac{\cos \theta_t}{\mu} \frac{\epsilon\mu - \chi^2 + \alpha^2}{\epsilon\mu - \chi^2 - \alpha^2}, \quad (9)$$

$$b = \frac{\lambda_{1,3} (\epsilon\mu - \chi^2)}{\mu (\epsilon\mu - \chi^2 + \alpha^2)} \cos \theta_t, \quad (10)$$

$$\tilde{n} = \sqrt{\frac{\epsilon_{1,3}}{\mu}}, \quad (11)$$

$$d = c \cdot \cos \theta_t, \tag{12}$$

$$e = \frac{\lambda_{1,3}}{\mu} A_{1,3}, \tag{13}$$

$$f = \mp \frac{i\chi}{\mu}. \tag{14}$$

Здесь  $\theta_t$  – углы преломления волны в первой и третьей средах. При отражении от границы «2–3» волны «1» могут появиться две волны: волна «1» и волна «2», которые соответствуют собственным значениям  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , а отражение волны «3» может привести к появлению волн «3» и «4», рассчитываемых для  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$ . На границе «2–1» при отражении волны «2» следует искать волны «1» и «2», а для волны «4» – отражённые волны «3» и «4». Найдём матрицу коэффициентов отражения волн на одной из границ. Для наглядности систему (8) запишем в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{r1} \\ E_{r2} \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Здесь коэффициенты  $p_{m,n}$  и  $q_{m,n}$  рассчитываются из системы (8). Отражение волн и их взаимное превращение на границах раздела будет описывать матрица отражения:

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Она состоит из амплитудных коэффициентов отражения  $R_{ij}$ . Из систем (8) и (15) следует, что диагональные коэффициенты матрицы отражения обращаются в нули:  $R_{11} = R_{22} = 0$ , а недиагональные – при выполнении условия полного внутреннего отражения  $\alpha \geq \sqrt{\epsilon_{1,3}\mu_{1,3}}$  равны между собой и  $R_{12} = R_{21} = -1$ . На границе «киральная среда – диэлектрик» волна «1» полностью отражается и преобразуется в волну «2», также происходит полное внутреннее отражение волны «3», которая превращается в волну «4». Таким образом, в киральной среде каждой паре собственных значений  $\lambda_{1,2}$  и  $\lambda_{3,4}$  будет соответствовать по две волны. Волна «1», соответствующая  $\lambda_1$ , и волна «3», соответствующая  $\lambda_3$ , будут распространяться от границы «2–1» к границе «2–3», а волна «2», полученная для  $\lambda_2$ , и волна «4» для  $\lambda_4$  появятся при отражении от границы «2–3» и направлены к границе «2–1».

Расчёт собственных волн выполнялся в планарном волноводе при условии  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1,21$  для кирального слоя с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 3,0$  с параметром киральности  $\chi = 0,3$ . Так как при выполнении условия ПВО  $R_{12} = R_{21} = -1$ , то можно убедиться, что фазовые сдвиги собственных волн при отражении от границ раздела сред будут равны  $-\pi$ . С учётом фазовых сдвигов решалось дисперсионное уравнение для собственных волн планарного волно-

вода [5–6]. Графики мод  $m = 0, 1, \dots, 4$  для собственных значений  $\lambda_{1,2}$ , рассчитываемых по формуле (4а), приведены на рис. 2.

Горизонтальная линия вида:

$$\beta = k_0 (\sqrt{\epsilon_2 \mu} - \chi) \tag{17}$$

является асимптотой дисперсионных кривых при  $k_0 d \rightarrow \infty$ . При изменении параметров  $\epsilon_2$  и  $\chi$  её положение изменяется в соответствии с формулой (17).

Также был выполнен расчёт дисперсионных уравнений для волн, соответствующих собственным значениям  $\lambda_{3,4}$  для кирального волновода, которые вычисляются по формуле (4б).

Графики рассчитывались для  $m = 0, 1, \dots, 4$ . Они представлены на рис. 3. При увеличении толщины волновода  $k_0 d \rightarrow \infty$  дисперсионные кривые асимптотически стремятся к горизонтальной прямой вида:

$$\beta = k_0 (\sqrt{\epsilon_2 \mu} + \chi). \tag{18}$$

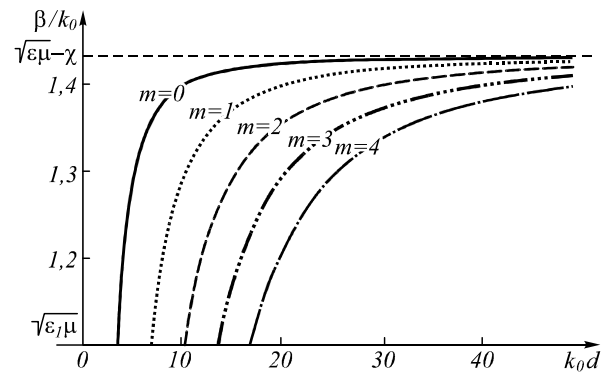


Рис. 2. Дисперсионные кривые для волны эллиптической поляризации, соответствующей  $\lambda_1$  в киральном планарном волноводе для мод  $m=0, 1, 2, 3, 4$

На рис. 2, 3 область дисперсионных кривых ограничена снизу значением постоянной распространения волны  $\beta_{\min} = k_0 \sqrt{\epsilon_1 \mu}$ .

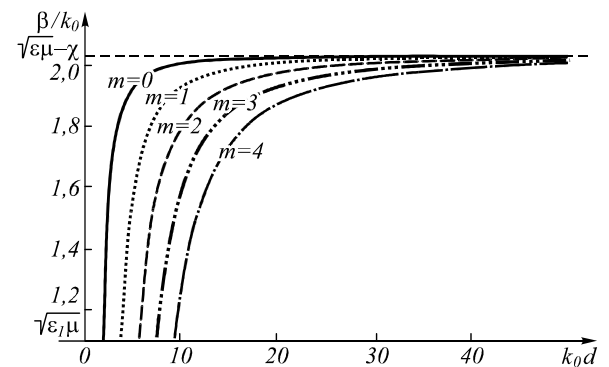


Рис. 3. Дисперсионные кривые для волны эллиптической поляризации, соответствующей  $\lambda_2$  в киральном планарном волноводе для мод  $m=0, 1, 2, 3, 4$

Собственные значения матрицы системы ОДУ (2) определяют её фундаментальную матрицу решений, которая будет диагональной в найденном базисе, и позволяют рассчитать проекции векторов полей в любой точке волновода:

$$E_{z,k} = \delta_{kj} e^{ik_0(\lambda_j x + \alpha z)} E_{z,j}(0). \quad (19)$$

$$E_{y,k} = \delta_{kj} e^{ik_0(\lambda_j x + \alpha z)} A_j E_{z,j}(0). \quad (20)$$

Здесь  $j=1, 2, 3, 4$ . В случае слоистой киральной среды для решений будет справедлива матричная свивка решений по формуле (16) работы [2].

### Заключение

Найдены собственные волны эллиптической поляризации, распространяющиеся в киральной среде без взаимодействия. Получены коэффициенты отражения для собственных волн на границе «киральный слой – диэлектрик». С учётом фазового сдвига рассчитаны дисперсионные кривые для собственных волн эллиптической поляризации, найдена асимптотика дисперсионных кривых.

### Благодарности

Автор выражает благодарность коллективу физико-технического института Волгоградского государственного университета.

### Литература

1. **Неганов, В.А.** Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами / В.А. Неганов, О.В. Осипов. – М.: Радио и связь, 2006. – 280 с.
2. **Моисеева, Н.М.** Эллипсометрия неоднородно-слоистой киральной среды / Н.М. Моисеева, В.В. Яцышен // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2010. – Т. 13, № 4. – С. 38-45.
3. **Moiseeva, N.M.** Cross-polarization of the waves in the chiral planar waveguide // XI International conference Atomic and Molecular Pulsed Lasers, September 16-20. – Tomsk, Russia, 2013. – P. 61.
4. **Панин, Д.Н.** Расчёт отражения плоской поляризованной электромагнитной волны от неоднородного кирального слоя [Электронный ресурс] / Д.Н. Панин, В.В. Зайцев, Г.П. Яровой // Журнал радиоэлектроники. – 2001. – № 5. – <http://jre.cplire.ru/>
5. **Моисеева, Н.М.** Расчёт собственных мод планарного анизотропного волновода, имеющего произвольно направленную оптическую ось // Лазеры. Измерения. Информация 2013. – Т. 3. – СПб.: Издательство Политехнического университета, 2013. – С. 73-80.
6. **Моисеева, Н.М.** Расчёт собственных волн планарного анизотропного волновода для различных положений оптической оси // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 1. – С. 13-18.
7. **Arago, D.F.** Sur une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps diaphanes, et sur quelques autres nouveaux phénomènes d'optique // Mém. Inst. – 1811. – N 1. – P. 93-134.
8. **Biot, J.B.** Mémoire sur la polarisation circulaire et sur ses applications à la chimie organique // Mém. Acad. Sci. – 1835. – N. 13. – P. 39-175.
9. **Pasteur, L.** Researches on the molecular asymmetry of natural organic products // Alembic Club Reprint, Livingston, Edinburgh and London. – 1860. – N. 14.
10. **Lindman, K.F.** Über eine durch ein isotropes System von Spiralförmigen Resonatoren erzeugte Rotationspolarisation der elektromagnetischen Wellen // Annalen der Physik. – 1920. – V. 63. – P. 621-644.
11. **Jaggard, D.L.** On electromagnetic waves in chiral media / D.L. Jaggard, A.R. Mickelson, C.H. Papas // Applied Physics. – 1979. – V. 18. – P. 211-216.

12. **Lakhtakia, A.** Scattering and absorption characteristics of lossy dielectric, chiral, nonspherical objects / A. Lakhtakia, V.K. Varadan, V.V. Varadan // Applied Optics. – 1985. – V. 24. – P. 4146-4154.
13. **Fresnel, A.** Oeuvres Complètes. – Paris: Imprimerie Impériale, 1866. – V. 2.
14. **Jaggard, D.L.** Theory of chiral multilayers / D.L. Jaggard, X. Sun // Journal of the Optical Society of America A. – 1992. – V. 9. – P. 804-813.
15. **Flood, K.M.** Band-gap structure for periodic chiral media / K.M. Flood, D.L. Jaggard // Journal of the Optical Society of America A. – 1996. – V. 13, Issue 7. – P. 1395-1406.
16. **Xu, H.-X.** Compact dual-band circular polarizer using twisted Hilbert-shaped chiral metamaterial / H.-X. Xu, G.-M. Wang, M.Q. Qi, T. Cai, T.J. Cui // Optics Express. – 2013. – V. 21. – P. 24912-24921.
17. **Rho, J.S.** Recent Progress in Hyperbolic, Chiral Metamaterials and Metasurfaces / J.S. Rho, X. Zhang // Workshop on Optical Plasmonic Materials Messe Berlin, Berlin Germany, March 18-20, 2014. – OW4D.1.

### References

1. **Neganov, V.A.** Reflective, and radiating waveguide structure with chiral elements / V.A. Neganov, O.V. Osipov. – Moscow: "Radio i svjaz" Publisher, 2006. – 280 p. – (In Russian).
2. **Moiseeva, N.M.** The ellipsometry of non-homogeneous layered ciral environments / N.M. Moiseeva, V.V. Yatshishen // Physics of Wave Propagation and Radio Systems. – 2010. – V. 13(4). – P. 38-45. – (In Russian).
3. **Moiseeva, N.M.** Cross-polarization of the waves in the chiral planar waveguide // XI International conference Atomic and Molecular Pulsed Lasers, September 16-20. – Tomsk, Russia, 2013. – P. 61.
4. **Panin, D.N.** Reflected a plane polarized electromagnetic wave from the inhomogeneous chiral layer [Electronical Resource] / D.N. Panin, V.V. Zaytsev, G.P. Yarovoy // Journal of Radioelectronics. – 2001. – V. 5. – <http://jre.cplire.ru/>. – (In Russian).
5. **Moiseeva, N.M.** Eigenmode calculations in planar anisotropic waveguide having the arbitrary direction of the optical axis // Lasers. Measurement. Information – 2013. – V. 3. St. Petersburg: "Polytechnical University" Publisher, 2013. – P. 73-80. – (In Russian).
6. **Moiseeva, N.M.** The calculation of eigenvalues modes of the planar anisotropic waveguides for various angles the optical axis // Computer Optics. – 2013. – V. 37(1). – P. 13-18.
7. **Arago, D.F.** Sur une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps diaphanes, et sur quelques autres nouveaux phénomènes d'optique // Mém. Inst. – 1811. – N 1. – P. 93-134.
8. **Biot, J.B.** Mémoire sur la polarisation circulaire et sur ses applications à la chimie organique // Mém. Acad. Sci. – 1835. – N. 13. – P. 39-175.
9. **Pasteur, L.** Researches on the molecular asymmetry of natural organic products // Alembic Club Reprint, Livingston, Edinburgh and London. – 1860. – N. 14.
10. **Lindman, K.F.** Über eine durch ein isotropes System von Spiralförmigen Resonatoren erzeugte Rotationspolarisation der elektromagnetischen Wellen // Annalen der Physik. – 1920. – V. 63. – P. 621-644.
11. **Jaggard, D.L.** On electromagnetic waves in chiral media / D.L. Jaggard, A.R. Mickelson, C.H. Papas // Applied Physics. – 1979. – V. 18. – P. 211-216.
12. **Lakhtakia, A.** Scattering and absorption characteristics of lossy dielectric, chiral, nonspherical objects / A. Lakhtakia,

- V.K. Varadan, V.V. Varadan // Applied Optics. – 1985. – V. 24. – P. 4146-4154.
13. Fresnel, A. Oeuvres Complètes. – Paris: Imprimerie Impériale, 1866. – V. 2.
14. Jaggard, D.L. Theory of chiral multilayers / D.L. Jaggard, X. Sun // Journal of the Optical Society of America A. – 1992. – V. 9. – P. 804-813.
15. Flood, K.M. Band-gap structure for periodic chiral media / K.M. Flood, D.L. Jaggard // Journal of the Optical Society of America A. – 1996. – V. 13, Issue 7. – P. 1395-1406.
16. Xu, H.-X. Compact dual-band circular polarizer using twisted Hilbert-shaped chiral metamaterial / H.-X. Xu, G.-M. Wang, M.Q. Qi, T. Cai, T.J. Cui // Optics Express. – 2013. – V. 21. – P. 24912-24921.
17. Rho, J.S. Recent Progress in Hyperbolic, Chiral Metamaterials and Metasurfaces / J.S. Rho, X. Zhang // Workshop on Optical Plasmonic Materials Messe Berlin, Berlin Germany, March 18-20, 2014. – OW4D.1.

## EIGEN MODES OF PLANAR CHIRAL WAVEGUIDES

*N.M. Moiseeva*  
*Volgograd State University*

### Abstract

We find explicit expressions for plane waves in chiral media. It is shown that in the chiral medium between the TE and TM waves type of energy is exchanged during spreading, as well as the reflection from the boundaries of chiral medium with dielectrics. The waves of the right and left circular polarization also in a chiral medium interact. It is shown that waves propagating in a chiral medium without interaction can be found by selecting the appropriate basis of polarization. Using the coordinate transformation we obtain a basis of two waves of elliptical polarization. These waves in the planar chiral waveguide are independent. The reflection matrix received for the basic waves at the "chiral medium-insulator." The calculation of the dispersion curves for independent eigenwaves of elliptical polarization in the chiral planar waveguide.

**Key words:** chiral medium, planar waveguide, independent decisions, dispersion equation, total internal reflection, the phase shift of the reflection of light.

### Сведения об авторе



**Моисеева Наталья Михайловна**, 1966 года рождения, в 1988 году окончила Волгоградский государственный университет по специальности «Физика». Кандидат физико-математических наук (2005 г.). Доцент кафедры лазерной физики физико-технического института Волгоградского государственного университета. Область научных интересов: оптика, электродинамика, дифференциальные уравнения, математическое моделирование, вычислительная математика.

E-mail: [natalja2005@narod.ru](mailto:natalja2005@narod.ru).

**Natalja Michailovna Moiseeva** (b. 1966), was graduated from Volgograd State University in 1988, majoring in Physics, candidate of Physics and the Mathematics science (2005). Associate Professor of Laser Physics, Physical-Technical Institute, Volgograd State University. Research interests: optics, electrodynamics, differential equations, mathematical modeling and computational mathematics.

*Поступила в редакцию 21 марта 2014 г.*