

И.Н. Сисакян, А.М. Смолович

О ДВУХ МЕХАНИЗМАХ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

В классической работе Ю.Н. Денисюка [1] предложен механизм формирования изображения отражательной голограммой, связанный с отражением по законам геометрической оптики падающей волны от изофазных поверхностей

$$L_0(\vec{r}) - L(\vec{r}) = P, \quad (1)$$

где

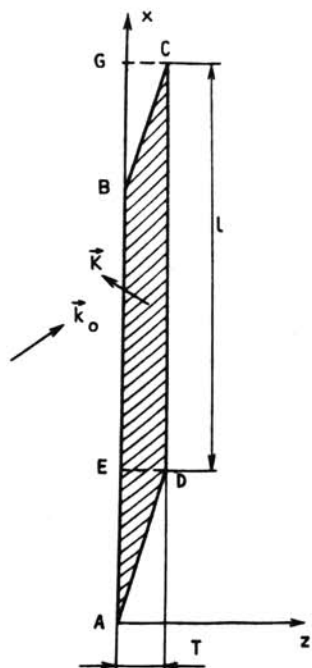
$L(\vec{r})$ и $L_0(\vec{r})$ - эйконалы объектной и опорной волн;

P - константа для данной изофазной поверхности.

Из такого представления следует, что, во-первых, положение восстановленного изображения не изменится при изменении длины волны восстанавливающего излучения и, во-вторых, сопряженное изображение полностью отсутствует.

Эти результаты находятся в противоречии с выводами, следующими из моделей, предложенных в других работах Ю.Н. Денисюка [2, 3] и получивших развитие, в частности, в известной работе Д. Габора и Г.В. Строука [4]. Из работ [2-4] вытекает наличие хроматизма, а также существование сопряженного изображения, интенсивность которого, правда, резко падает с увеличением толщины голограммы. Следует подчеркнуть, что все различия касаются небрэгговских изображений, интенсивность которых в обычных условиях весьма мала.

Для выяснения природы этих различий удобно рассмотреть трехмерную голограмму, записанную двумя плоскими волнами на плоскопараллельном слое ограниченной ширины с боковыми стенками параллельными изофазным плоскостям. Пусть, как показано на рисунке, на голограмму падает плоская волна с волновым вектором \vec{k}_0 , лежащим в плоскости чертежа xz , $|\vec{k}_0| = k = 2\pi/\lambda$ (λ - длина волны восстанавливающего излучения в среде). Для простоты предположим, что средние коэффициенты преломления материала голограммы и внешней среды равны. Вектор решетки \vec{K} также лежит в плоскости xz , $|\vec{K}| = 2\pi/d$ (d - период трехмерной решетки). Сечение голограммы плоскостью xz имеет вид параллелограмма $ABCD$, стороны AB и AD которого перпен-



дикулярны оси z и вектору \vec{K} соответственно. Ширина голограммы (сторона AB) равна L , а ее толщина (высота параллелограмма, опущенная на AB) - T , $\angle BAD = \psi$.

Следуя [4], будем считать каждую точку голограммы (x, y, z) источником скалярной расходящейся сферической волны с амплитудой, пропорциональной экспозиции в этой точке, которую, полагаем, равной $x \cos(\vec{K}\vec{r})$, где \vec{r} - радиус-вектор из начала координат в точку (x, y, z) . Тогда в точке наблюдения с координатами x_1, y_1, z_1 комплексная амплитуда, полученная в результате рассеяния падающей волны $A \exp(i\vec{k}_0\vec{r})$ точкой голограммы с координатами x, y, z , будет в кинематическом приближении пропорциональна

$$[Ax/(2r_1)] \{ \exp[i(\vec{k}_0\vec{r} + k_{r_1}\vec{K}\vec{r})] + \exp[i(\vec{k}_0\vec{r} + k_{r_1}-\vec{K}\vec{r})] \}, \quad (2)$$

где

$$r_1 = [(x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 + (z_1-z)^2]^{1/2}.$$

Предполагая, что расстояние от голограммы до точки наблюдения значительно превосходит размеры голограммы, заменим в знаменателе (2) r_1 на $R = (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)^{1/2}$, а в показателе экспонент (2) сделаем замену:

$$k_{r_1} \approx kR - k(x_1/R)x - k(y_1/R)y - k(z_1/R)z \approx kR - k_1x - k_1y - k_1z = kR - \vec{k}_1\vec{r}. \quad (3)$$

Для получения полной амплитуды волны в точке наблюдения проинтегрируем (2) с учетом (3) сначала по изофазной поверхности $\vec{K}\vec{r} = P$, а затем по всем изофазным поверхностям.

Результат будет пропорционален:

$$\frac{\sin\{[(k_{0x}-k_{1x}) + (k_{0z}-k_{1z})\text{tg}\psi][T(2\text{tg}\psi)]\}}{[(k_{0x}-k_{1x}) + (k_{0z}-k_{1z})\text{tg}\psi][T/(2\text{tg}\psi)]} \left\{ \frac{\sin[(k_{0x}-k_{1x}+K_x)L/2]}{(k_{0x}-k_{1x}+K_x)L/2} + \frac{\sin[(k_{0x}-k_{1x}-K_x)L/2]}{(k_{0x}-k_{1x}-K_x)L/2} \right\}. \quad (4)$$

Направления максимумов рассеяния определяются из условия равенства нулю аргументов входящих в (4) функций sinc:

$$(k_{0x}-k_{1x}) + (k_{0z}-k_{1z})\text{tg}\psi = 0, \quad (5)$$

$$k_{0x}-k_{1x}+K_x=0, \quad (6)$$

$$k_{0x}-k_{1x}-K_x=0, \quad (7)$$

а также из условия:

$$k_{1x}^2 + k_{1z}^2 = k^2. \quad (8)$$

Здесь (5) соответствует зеркальному отражению от изофазных поверхностей, а (6) и (7) соответственно (+1)-му и (-1)-му порядкам дифракции на периодической структуре голограммы вдоль оси x с периодом $d/\sin\psi$. При выполнении условия Брэгга $\vec{k}_0 + \vec{K} = \vec{k}_1$ направления, определяемые (5) и (6), совпадают (в этом случае (5) и (6) можно получить, проецируя условие Брэгга на направления AD и AB, соответственно). Изменение λ при фиксированном направлении \vec{k}_0 , оставляя неизменным направление \vec{k}_1 , определяемое (5), вызовет изменение направления \vec{k}_1 , определяемого (6). Таким образом, первый и второй сомножители в (4) определяют при небрэгговском восстановлении разные изображения.

Изображения, определяемые вторым сомножителем в (4), будем называть дифракционными. Для них характерны:

- зависимость положения от λ (для плоских волн эта зависимость выражается формулой решетки, а для сферических - формулами Мейера [5];
- наличие сопряженного изображения, в данном случае определяемого (7);
- наличие просветных изображений, которые получаются при положительном знаке k_{1z} в (8) [6, 7].

Все эти свойства хорошо изучены экспериментально. Экспериментальные исследования зависимости положения изображения от λ впервые выполнены в [1].

Механизм формирования изображения, предложенный в [1] и связанный в данном случае с первым сомножителем в (4), не обладает перечисленными выше свойствами, характерными для дифракционного механизма. На отсутствие хроматизма у изображений, следующее из подхода [1], указывалось в [8, 9]. На примере голограммы, записанной сложной объектной волной $A(\vec{r})\exp[ikL(\vec{r})]$ и плоской опорной волной $A\exp(ikz)$, хорошо видно, что механизм восстановления фазы объектной волны [1] заключается в приобретении падающей волной в результате отражения от изофазной поверхности (1) набега фазы, равного $kP+kL(\vec{r})$, и совпадает с механизмом работы предложенного позднее киноформа [10]. В данном случае киноформом является каждая изофазная поверхность.

Оценка относительной интенсивности киноформного и дифракционного изображений может быть получена из (4). При $k_{0x}=0$ и малом ψ отношение интенсивностей изображений, определяемых (5) и (6), равно $[(T/\text{tg}\psi)/L]^2$, т.е. определяется квадратом отношения проекции изофазной поверхности на плоскость голограммы к ширине голограммы. Обычно поперечные размеры голограммы на несколько порядков превышают ее толщину, $L \gg T/\text{tg}\psi$ и киноформные изображения реальной роли не играют. Кроме того, при переходе к голограмме с прямоугольным поперечным сечением (EC, CD на рисунке с тем же вектором решетки \vec{K} результат изменяется. В этом случае вместо (4) имеем:

$$\frac{\sin[(k_{0z}-k_{1z}+K_z)T/2]}{(k_{0z}-k_{1z}+K_z)T/2} \frac{\sin[(k_{0x}-k_{1x}+K_x)L/2]}{(k_{0x}-k_{1x}+K_x)L/2} + \frac{\sin[(k_{0z}-k_{1z}-K_z)T/2]}{(k_{0z}-k_{1z}-K_z)T/2} \frac{\sin[(k_{0x}-k_{1x}-K_x)L/2]}{(k_{0x}-k_{1x}-K_x)L/2} \quad (9)$$

Первые сомножители в (9) связаны с дифракцией на периодической структуре вдоль оси z .

Акцентируя внимание на различии двух механизмов формирования изображения, отметим однако, что в более широком плане они являются крайними случаями единого процесса трехмерной дифракции. Используемая терминология также достаточно

условна. Так, при формировании изображения стандартным киноформом возникает ряд эффектов, связанных с дифракционным механизмом.

Развитые в данной работе представления позволяют по-новому взглянуть на фундаментальную проблему возможности получения киноформов реальных полей, которая рассматривалась в [11]. В этой связи обратим внимание на высказанную в [8] идею о формировании ахроматического изображения изолированной изофазной поверхностью. На основании изложенного выше очевидно, что дифракционные изображения будут при этом отсутствовать, а киноформное изображение в случае металлизации такой поверхности может иметь эффективность, близкую к 100%. Для создания такой поверхности мы предлагаем использовать технологию компьютерной оптики [12]. До настоящего времени эта технология использовалась для создания оптических элементов, формирующих не реальные, а синтезированные поля. Действие элементов компьютерной оптики во многих случаях подобно действию изофазной поверхности трехмерной голограммы. В [13] отмечалась ахроматичность оптических элементов, выполненных в виде гладкой поверхности. Однако введение зонирования, т.е. приведение фазовой функции элемента к интервалу от 0 до 2π , приводит к потере ахроматических свойств. Это аналогично действию системы изофазных поверхностей в голографии. Развитие технологии позволяет надеяться на возможность получения для ряда диапазонов длин волн изменения фазовой функции элементов в интервале существенно большим, чем от 0 до 2π . Один из путей решения этой задачи предложен в [14].

Аналогично стандартному киноформу изолированная изофазная поверхность будет восстанавливать только фазу волны, а амплитудная информация будет теряться. В случае необходимости для восстановления амплитудной информации можно использовать дополнительный амплитудный транспарант.

Обсудим вопрос об условиях, наложенных на объектное поле $A(\vec{r})\exp[ikL(\vec{r})]$ и позволяющих восстанавливать его фазу изолированной изофазной поверхностью. Предположим, что опорная волна $A_0\exp[i\vec{k}_0\vec{r}]$ - плоская, а восстанавливающая волна идентична опорной. Ясно, что восстановление возможно не для любых полей. Простейшим примером объектного поля, не допускающим подобного восстановления, является сумма нескольких плоских волн при не слишком малых значениях углов между их волновыми векторами.

Интенсивность интерференционного поля при регистрации исходной голограммы равна:

$$A_0^2 + A^2(\vec{r}) + 2A_0A(\vec{r})\cos[\vec{k}_0\vec{r} - kL(\vec{r})]. \quad (10)$$

Чтобы поверхности равной интенсивности поля (или, что то же самое, изомодуляционные поверхности после обработки регистрирующей среды) совпали с изофазными поверхностями (1), надо, чтобы в области регистрации

$$\nabla A(\vec{r})/A(\vec{r}) \ll k. \quad (11)$$

В приведенном выше примере (11) не выполняется. При отражении восстанавливающей волны от изофазной поверхности в случае

$$|(1/R_{1,2})\partial R_{1,2}/\partial E_i| \ll k,$$

где

$R_{1,2}$ - главные радиусы кривизны поверхности;

E_i - криволинейные координаты на поверхности, фазы падающей и отраженной волн на этой поверхности совпадают [15].

Отсюда, с учетом (1), следует восстановление фазы объектной волны вблизи поверхности. Условия (11) и (12) выполняются, если объектное поле в области регистрации удовлетворяет уравнениям геометрической оптики. Для возможности получения ахроматического изображения достаточным условием является, чтобы восстановленное поле удовлетворяло уравнениям геометрической оптики также и в области изображения. Это условие, однако, не является необходимым.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Д е н и с ю к Ю.Н. Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения // Оптика и спектроскопия, 1963, Т. 15, № 4, С. 522.

2. Д е н и с ю к Ю.Н. Об отображении волновых свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения // ДАН СССР, 1962, Т. 144, № 6, С. 1275.

3. Д е н и с ю к Ю.Н. Об отображении волновых свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения, II // Оптика и спектроскопия, 1965, Т. 18, № 2, С. 276.

4. G a b o r D., S t r o k e G.W. The theory of deep holograms // Proc. Roy. Soc., 1968, Vol. A.304, P. 275.

5. M e i e r R.W. Magnification and third-order aberrations in holography // J. Opt. Soc. Amer., 1965, Vol. 55, N 8, P. 987.

6. С е р о в О.Б., С м о л о в и ч А.М., С о б о л е в Г.А. О тонких голограммах, зарегистрированных во встречных пучках // Письма в ЖТФ, 1978, Т. 4, № 4, С. 231.

7. С е р о в О.Б., С м о л о в и ч А.М., С о б о л е в Г.А. Общность свойств голограмм, зарегистрированных на сходящихся и встречных пучках. - В кн.: Оптическая голография. Л.: Наука, 1979, С. 122.

8. S t e t s o n K.A. What is a hologram // Laser Focus, 1967, Vol. 3, N 5, P. 25.

9. Ц ы р у л ь н и к о в Д.А. Голограммы, формирующие изображение по законам геометрической оптики // Ж. научн. и прикл. фотогр. и кинематогр., 1975, Т. 20, № 6, С. 461.

10. Л е з е м Л.Б., Х и р ш Р.М., Д ж о р д а н Д.А. Киноформ // Зарубежная радиоэлектроника, 1969, № 12, С. 41.

11. К а к и ч а ш в и л и Ш.Д. Поляризационный метод голографической записи и реконструкции. Докторская диссертация, Тбилиси, 1981.

12. С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А. Компьютерная оптика. Достижения и проблемы // Компьютерная оптика / МЦНТИ, 1987, Вып. 1, С. 5-9.

13. Г о н ч а р с к и й А.В., Д а н и л о в В.А., П о п о в В.В., С и с а к я н И.Н., С о й ф е р В.А., С т е п а н о в В.В. Плоские фокусирующие элементы видимого диапазона // Квантовая электроника, 1986, Т. 13, № 3, С. 660.

14. С и с а к я н И.Н., С м о л о в и ч А.М., С о й ф е р В.А. Устройство для фокусировки излучения. Заявка на изобретение 4652740/10 от 30.01.1989 (решение о выдаче от 18.07.1989).

15. К р а в ц о в Ю.А., О р л о в Ю.И. О границах применимости метода геометрической оптики. - В кн.: Современные проблемы распространения и рассеяния волн, М.: Изд. ИРЭ АН СССР, 1979, С. 76.