

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

БЕЗДИФРАКЦИОННЫЕ АСИММЕТРИЧНЫЕ ЭЛЕГАНТНЫЕ ПУЧКИ БЕССЕЛЯ С ДРОБНЫМ ОРБИТАЛЬНЫМ УГЛОВЫМ МОМЕНТОМ

Котляр В.В., Ковалёв А.А., Сойфер В.А.

Институт систем обработки изображений РАН,

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Аннотация

Рассмотрено новое семейство бездифракционных асимметричных элегантных пучков Бесселя (ЭБ-пучки) с дробным орбитальным угловым моментом (ОУМ). ЭБ-пучки являются модами свободного пространства и описываются функцией Бесселя первого рода n -го порядка с комплексным аргументом. Функции, описывающие комплексные амплитуды ЭБ-пучков, ортогональны по вещественному параметру (масштабирующему множителю) и не ортогональны по целому параметру (топологическому заряду). Распределение интенсивности ЭБ-пучков имеет счётное число изолированных нулей, расположенных на горизонтальной оси и порождающих оптические вихри с единичным топологическим зарядом и противоположными знаками с разных сторон от начала координат. Изолированный ноль интенсивности на оптической оси порождает оптический вихрь с топологическим зарядом n . ОУМ ЭБ-пучков на один фотон равен $\hbar(n + 0,69777)$, где \hbar – постоянная Планка.

Ключевые слова: бездифракционный лазерный пучок, пучок Бесселя, орбитальный угловой момент, комплексный аргумент.

Введение

Известно [1], что уравнение Гельмгольца

$$(\nabla^2 + k^2)E(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число монохроматического света с длиной волны λ , в цилиндрической системе координат (r, ϕ, z) имеет решение в виде мод Бесселя

$$E_n(r, \phi, z) = \exp(ikz \cos \theta_0 + in\phi) J_n(kr \sin \theta_0), \quad (2)$$

где θ_0 – угол конической волны, формирующей пучок Бесселя, $J_n(x)$ – функция Бесселя первого рода n -го порядка. Угол θ_0 определяет амплитуду спектра плоских волн моды Бесселя (2) на единичной сфере $F_n(\theta, \phi) = (-i)^n \exp(in\phi) \delta(\theta - \theta_0)$, где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Моды Бесселя (2) имеют бесконечную энергию и при распространении в однородном пространстве сохраняют свою интенсивность (квадрат модуля амплитуды (2)), и поэтому называются бездифракционными пучками Бесселя [2]. Линейная комбинация решений (2) уравнения (1) с произвольными коэффициентами также является решением уравнения (1). В [3] предложен алгоритм расчёта фазового оптического элемента, который формирует бездифракционные пучки Бесселя с заданным модовым составом:

$$E(r, \phi, z=0) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp(in\phi) J_n(kr \sin \theta_0). \quad (3)$$

В [4] предложено рассматривать пучок Матье как альтернативу пучку Бесселя:

$$E_n(\xi, \eta, z) = C e_n(\xi, q) c e_n(\eta, q) \exp(ikz \cos \theta_0), \quad (4)$$

где $C e_n(\xi, q)$, $c e_n(\eta, q)$ – непериодическая и периодическая функции Матье. Решение (4) является решением [1] уравнения (1) в эллиптической системе координат:

$$\begin{aligned} x &= d \operatorname{ch} \xi \cos \eta, \\ y &= d \operatorname{sh} \xi \sin \eta, \\ z &= z, \end{aligned} \quad (5)$$

$$q = (kd \sin \theta_0)^2 / 4.$$

В [5] показано, что линейная комбинация чётного и нечётного пучков Матье

$$\begin{aligned} E_n(\xi, \eta, z) &= C e_n(\xi, q) c e_n(\eta, q) + \\ &+ i S e_n(\xi, q) s e_n(\eta, q), \quad n \geq 2 \end{aligned} \quad (6)$$

имеет n изолированных нулей с единичным топологическим зарядом одного знака, лежащих на горизонтальной оси x внутри первого светлого эллиптического кольца. То есть линейная комбинация (6) пучков Матье (4), которые не обладают орбитальным угловым моментом (ОУМ), обладает ОУМ. Интересно [6], что линейная комбинация, аналогичная (6), двух мод Эрмита–Гаусса, которые не обладают ОУМ, обладает ОУМ.

Периодические функции Матье можно разложить в ряд Фурье [1], например, чётные функции:

$$c e_{2n}(\phi, q) = \sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}^{2n(q)} \cos(2m\phi), \quad (7)$$

коэффициенты ряда (7) вычисляются рекуррентно. Используя (7), бездифракционный пучок Матье (4) можно представить как линейную комбинацию мод Бесселя:

$$\begin{aligned} E_{2n}(\xi, \eta, z) &= \exp(ikz \cos \theta_0) \times \\ &\times \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m A_{2m}^{2n} \cos(2m\phi) J_{2m}(kr \sin \theta_0), \end{aligned} \quad (8)$$

где (ξ, η, z) и (r, ϕ, z) – эллиптические и цилиндрические координаты. В [7] рассмотрены бездифракционные пучки, описываемые в виде линейной комбинации

ции мод Бесселя (8). Фактически пучки (8) – это пучки Матье (4) в цилиндрических координатах.

Интересно найти линейные комбинации мод Бесселя (3) или (8), которые бы описывались простыми аналитическими функциями, с помощью которых можно было аналитически рассчитать некоторые свойства таких бездифракционных пучков. Например, в данной работе рассматривается линейная комбинация мод Бесселя (2) с такими коэффициентами, что ряд (3) вычисляется и равен функции Бесселя с комплексным аргументом. Показано, что такой бездифракционный элегантный пучок Бесселя (ЭБ-пучок) имеет счётное число изолированных нулей интенсивности, расположенных на оси x вблизи нулей моды Бесселя наименьшего порядка в линейной комбинации. Все эти нули (кроме осевого) порождают оптические вихри с единичным топологическим зарядом и противоположными знаками с разных сторон от начала координат. Ноль интенсивности на оптической оси порождает оптический вихрь с топологическим зарядом n . Точно рассчитан ОУМ таких пучков – он оказался дробным.

1. Нули ЭБ-пучков

Рассмотрим следующую суперпозицию мод Бесселя:

$$E_n(r, \varphi, z=0) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\exp(in\varphi + ip\varphi)}{p!} J_{n+p}(\alpha r). \quad (9)$$

Поле (9) формирует бездифракционную моду Бесселя при любых целых n . Интересно, что амплитуда (9) явно не зависит от длины волны λ , а только через параметр $\alpha = k \sin \theta_0 = (2\pi/\lambda) \sin \theta_0$. То есть для любой длины волны можно подобрать угол θ_0 , чтобы параметр α не изменился и пучок Бесселя (9) остался тем же. В произвольной плоскости, поперечной оптической оси z , такие пучки будут иметь следующую комплексную амплитуду:

$$E_n(r, \varphi, z) = \exp(i\sqrt{k^2 - \alpha^2} z) \times \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\exp(in\varphi + ip\varphi)}{p!} J_{n+p}(\alpha r). \quad (10)$$

Мы рассматриваем линейную комбинацию мод Бесселя в виде (9), потому что этот ряд равен функции Бесселя с комплексным аргументом. Действительно, в [8] есть справочный ряд (выражение 5.7.6.1):

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} J_{k+v}(x) = x^{v/2} (x-2t)^{-v/2} J_v(\sqrt{x^2-2tx}). \quad (11)$$

С помощью (11) преобразуем (9):

$$E_n(r, \varphi, z=0) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\exp(in\varphi + ip\varphi)}{p!} J_{n+p}(\alpha r) = \left[\frac{\alpha r}{\alpha r - 2 \exp(i\varphi)} \right]^{n/2} \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r [\alpha r - 2 \exp(i\varphi)]} \right\} \exp(in\varphi). \quad (12)$$

Функция Бесселя в правой части (12) не будет расходиться на бесконечности, так как все экспоненты и функции Бесселя в левой части (12) по модулю не превышают единицы, а значит, весь ряд не превышает числа e . Когда знаменатель в (12) равен нулю, тогда и аргумент функции Бесселя равен нулю. Неопределённость ноль на ноль раскрывается. Нули ЭБ-пучка (12) лежат на оси x (при $\varphi = \pi m$, где $m = 0, 1, 2, \dots$) в точках с координатами:

$$x_{+p} = \frac{1 + \sqrt{1 + \gamma_p^2}}{\alpha}, \quad x > 0; \quad (13)$$

$$x_{-p} = \frac{1 - \sqrt{1 + \gamma_p^2}}{\alpha}, \quad x < 0, \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

В (13) γ_p – это корни функции Бесселя: $J_n(\gamma_p) = 0$. Из (13) следует, что интенсивность в сечении ЭБ-пучка не симметрична относительно начала координат, так как $x_{+p} > -x_{-p}$. Все нули ЭБ-пучка (кроме осевого при $r=0$) порождают оптические вихри с единичным топологическим зарядом и противоположными знаками с разных сторон от начала координат. При $x < 0$ топологический заряд оптических вихрей $+1$, при $x > 0$ – топологический заряд -1 . Действительно, рассмотрим выражение под корнем в аргументе функции Бесселя в (12). Если корень $x = \gamma_p > 2/\alpha$, то при начале обхода вокруг этого нуля полярный угол меняется в диапазоне $0 < \varphi < \pi/2$ и под корнем в аргументе функции Бесселя в (12) получим: $(\alpha r)^2 - 2(\alpha r) \cos \varphi - i 2(\alpha r) \sin \varphi = x - iy$ (оптический вихрь с топологическим зарядом -1). Если корень $x = \gamma_p < 0$, то при начале обхода вокруг этого нуля полярный угол запишем в виде $\varphi = \pi + \psi$, где ψ меняется в диапазоне $0 < \psi < \pi/2$, и под корнем в аргументе функции Бесселя в (12) получим: $(\alpha r)^2 + 2(\alpha r) \cos \psi + i 2(\alpha r) \sin \psi = x + iy$ (оптический вихрь с топологическим зарядом $+1$).

Чтобы сменить знаки этих оптических вихрей на противоположенные, надо вместо (12) взять комплексно сопряжённое выражение. Ноль интенсивности в (12) на оптической оси порождает оптический вихрь с топологическим зарядом n .

Эти выводы можно проверить, рассматривая фазы на рис. 1 и 2. На рис. 1 и 2 для различных значений параметров показаны интенсивности световых пучков (12) в начальной плоскости, а также сечения интенсивности при $z=y=0$ и $z=x=0$. При моделировании были использованы следующие значения параметров: длина волны света $\lambda = 532$ нм, масштабирующий множитель $\alpha = 0,2$ (мкм) $^{-1}$, границы расчётной области $-150\lambda \leq x, y \leq 150\lambda$, число отсчётов по каждой оси $N = 200$. На рис. 1, 2 порядок пучка $n = 0, 3$.

ЭБ-пучок нулевого порядка (рис. 1) обладает интересным свойством: имеет максимум интенсивности и ОУМ, отличный от нуля (он будет вычислен ниже). Это свойство можно использовать при манипулировании диэлектрическими микрочастицами. Частица, которая по размерам в несколько раз больше основного максимума интенсивности пучка на рис. 1, может удерживаться этим максимумом интенсивности и одновременно вращаться вокруг своей оси.

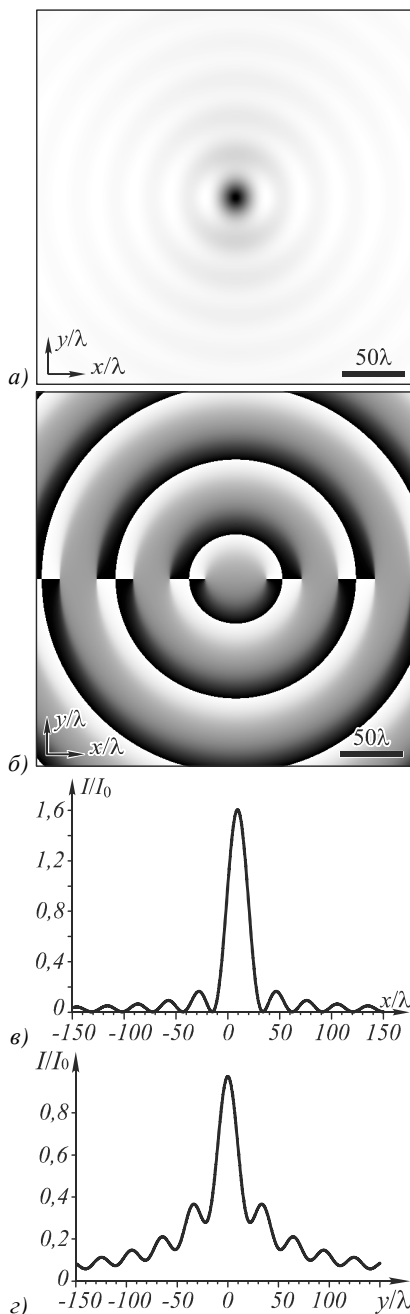


Рис. 1. Интенсивность (негатив) (а) и фаза (б) светового пучка (12) нулевого порядка ($n = 0$) в начальной плоскости, а также сечения интенсивности при $z = y = 0$ (в) и $z = x = 0$ (г). Чёрный цвет (б) соответствует фазе, равной нулю, белый цвет – фазе, равной 2π

Из рис. 1в видно, что максимальное значение ЭБ-пучка нулевого порядка

$$E_0(r, \phi) = J_0 \left\{ \sqrt{\alpha r [\alpha r - 2 \exp(i\phi)]} \right\} \quad (14)$$

больше единицы: $I_{\max} = 1,6$. Этому есть объяснение. Так как при $\alpha r < 2$ и $\phi = 0$ аргумент (14) чисто мнимый, то на этом участке оси x ЭБ-пучок нулевого порядка можно представить как

$$E_0(r, \phi) = I_0 \left\{ \sqrt{\alpha x (2 - \alpha x)} \right\}, \quad (15)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

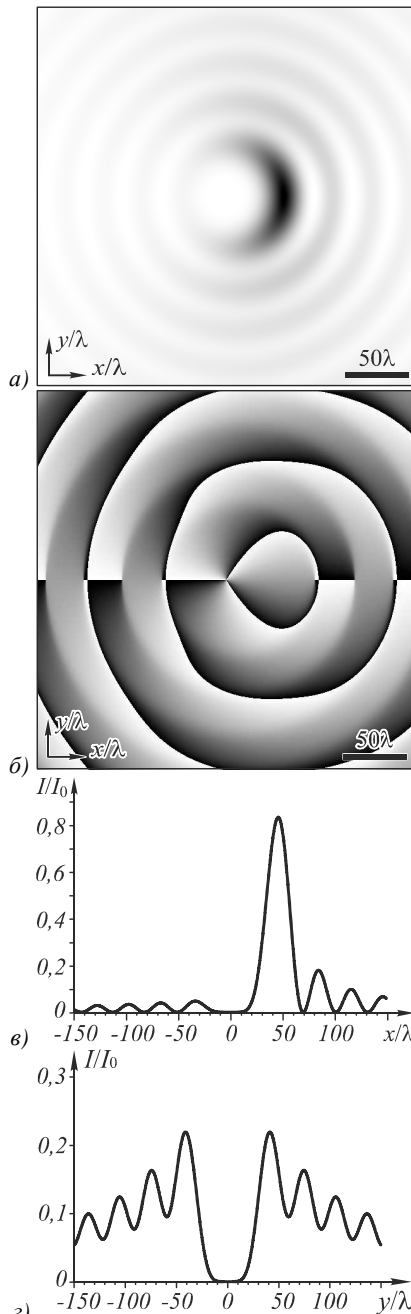


Рис. 2. Интенсивность (негатив) (а) и фаза (б) светового пучка (12) третьего порядка ($n = 3$) в начальной плоскости, а также сечения интенсивности при $z = y = 0$ (в) и $z = x = 0$ (г). Чёрный цвет (б) соответствует фазе, равной нулю, белый цвет – фазе, равной 2π

На концах отрезка $[0, 2/\alpha]$ аргумент функции (15) принимает значение ноль, а сама функция Бесселя равна $J_0(0) = I_0(0) = 1$. На этом отрезке $[0, 2/\alpha]$ функция (15) достигает максимума в точке, в которой аргумент достигает максимума. А аргумент достигает максимума в середине отрезка, то есть при $x = 1/\alpha$. В этой точке функция (15) равна $E_0(r = 1/\alpha, \phi = 0) = I_0(1) \cong 1,266$. Поэтому максимальное значение интенсивности ЭБ-пучка равно $I_{\max} = |E_0(r = 1/\alpha, \phi = 0)|^2 = I_0^2(1) \cong 1,60$. Из этого, в частности, следует, что максимальная интенсивность боковых лепестков ЭБ-пучка нулевого порядка (14) (рис. 1), которая совпадает с максимальной интенсивно-

стью боковых лепестков для обычного пучка Бесселя $J_0(x)$, составляет меньшую часть от максимальной интенсивности в основном лепестке для ЭБ-пучка (10%), чем для обычного пучка Бесселя (16%).

На рис. 2 видно, что основной лепесток ЭБ-пучка высокого порядка имеет вид «полумесяца», выпуклого в правую сторону. Можно записать выражение для ЭБ-пучка, имеющего вид «полумесяца», выпуклого в левую сторону. ЭБ-пучок, имеющий распределение интенсивности, зеркально-симметричное относительно оси $x=0$ по сравнению с пучком (12), имеет амплитуду вида:

$$E_n(r, \phi) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p \exp[i(n+p)\phi]}{p!} J_{n+p}(\alpha r) = \left[\frac{\alpha r}{\alpha r + 2 \exp(i\phi)} \right]^{n/2} \times J_n \left\{ \sqrt{\alpha r [\alpha r + 2 \exp(i\phi)]} \right\} \exp(in\phi). \quad (16)$$

На рис. 3 для тех же значений параметров, что и на рис. 1 и 2, показаны интенсивность и фаза светового пучка (16) в начальной плоскости, а также сечения интенсивности при $z=y=0$ и $z=x=0$. На рис. 3 порядок пучка равен $n=4$.

2. Угловой спектр плоских волн ЭБ-пучка

Подставим угловой спектр пучка Бесселя $F_n(\theta, \phi) = [(-i)^n / (2\pi \sin \theta_0)] \exp(in\phi) \delta(\theta - \theta_0)$ в каждое слагаемое ряда в левой части (12), получим:

$$A(\theta, \phi) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-i)^{n+p} \exp[i(n+p)\phi]}{2\pi p! \sin \theta_0} \delta(\theta - \theta_0) = \frac{(-i)^n}{2\pi \sin \theta_0} \exp[in\phi - i \exp(i\phi)] \delta(\theta - \theta_0). \quad (17)$$

Действительно, при подстановке (17) в разложение по плоским волнам в цилиндрических координатах (r, ξ, z)

$$E_n(r, \xi, z) = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A(\theta, \phi) \times \exp[ikr \cos(\phi - \xi) \sin \theta + ikz \cos \theta] \times \sin \theta \, d\theta \, d\phi, \quad (18)$$

получается (12).

3. Орбитальный угловой момент ЭБ-пучка

Орбитальный угловой момент J_z (проекция ОУМ на оптическую ось) и суммарная интенсивность I светового пучка в плоскости, поперечной оптической оси, определяются по формулам [6]:

$$J_z = \text{Im} \left\{ \iint_{\mathbb{R}^2} E^* \frac{\partial E}{\partial \phi} r \, dr \, d\phi \right\} = \text{Im} \left\{ \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R \int_0^{2\pi} E^* \frac{\partial E}{\partial \phi} r \, dr \, d\phi \right\}, \quad (19)$$

$$I = \iint_{\mathbb{R}^2} E^* E r \, dr \, d\phi = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R \int_0^{2\pi} E^* E r \, dr \, d\phi. \quad (20)$$

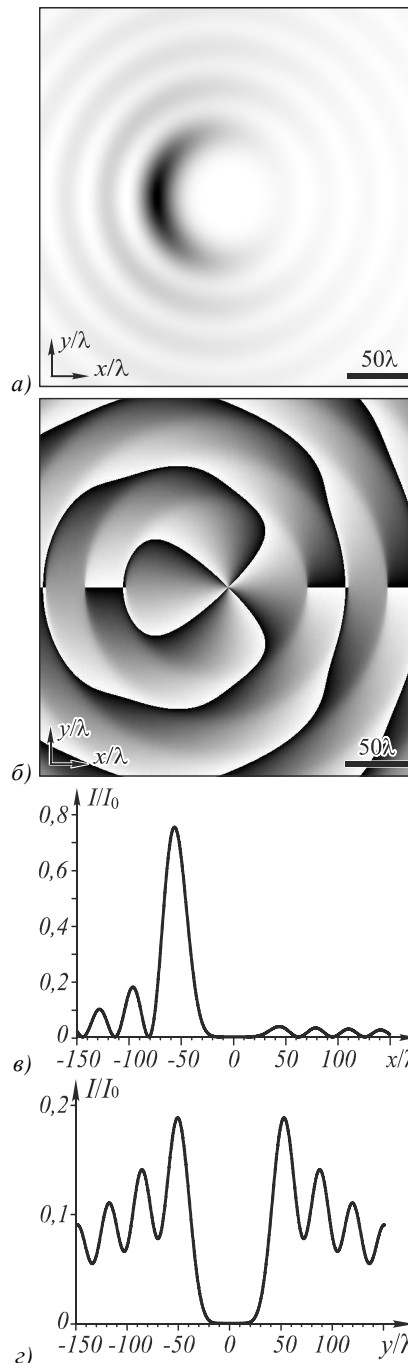


Рис. 3. Интенсивность (негатив) (а) и фаза (б) светового пучка (16) четвертого порядка ($n=4$) в начальной плоскости, а также сечения интенсивности при $z=y=0$ (в) и $z=x=0$ (г). Чёрный цвет (б) соответствует фазе, равной нулю, белый цвет – фазе, равной 2π

Подставив в (19), (20) комплексную амплитуду из левой части (12), получим орбитальный угловой момент и суммарную интенсивность ЭБ-пучка:

$$J_z = 2\pi \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{n+p}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r \, dr, \quad (21)$$

$$I = 2\pi \lim_{R \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(p!)^2} \int_0^R J_{n+p}^2(\alpha r) r \, dr. \quad (22)$$

Интегралы в этих выражениях описаны в [9] (выражение 5.54.2):

$$\begin{aligned} \int J_p^2(\alpha r) r dr &= \\ &= \frac{r^2}{2} [J_p^2(\alpha r) - J_{p-1}(\alpha r) J_{p+1}(\alpha r)]. \end{aligned} \quad (23)$$

Используя асимптотику функции Бесселя при больших значениях аргумента (выражение 9.2.1 в [10]), получим, что все интегралы в (21) и (22) не зависят от порядка функции Бесселя и равны $R/(\pi\alpha)$. Тогда, используя числовые ряды 0.246.1 и 0.246.2 из [9] и разделив (21) на (22), получим выражение для орбитального углового момента, нормированного на интенсивность:

$$\frac{J_z}{I} = n + \frac{I_1(2)}{I_0(2)} \approx n + 0,69777, \quad (24)$$

где $I_n(z)$ – модифицированная функция Бесселя.

Из (24) следует, что ОУМ ЭБ-пучков дробный и линейно возрастает с порядком n . Из (24) также следует, что ЭБ-пучок нулевого порядка тоже имеет ОУМ, равный $J_z/I = I_1(2)/I_0(2) = 0,69777$. При численном расчёте (по формулам (19) и (20)) получилось для параметров $n = 8$, $\lambda = 532$ нм, $\alpha = 0,2$ (мкм)⁻¹, $-150\lambda \leq x$, $y \leq 150\lambda$, $N = 400$, что ОУМ равен $J_z/I = 8,667$ и отличается от ОУМ, рассчитанного по формуле (24) $J_z/I = 8,6977$, всего на 0,3%. Заметим, что подход для расчёта ОУМ, использованный в этом разделе, применим для расчёта ОУМ любого светового поля, представленного суперпозицией мод Бесселя.

4. Ортогональность ЭБ-пучков

Подобно тому, как в предыдущем разделе был вычислен орбитальный угловой момент, можно вычислить скалярное произведение двух ЭБ-пучков – пучка n -го порядка с параметром α и пучка m -го порядка с параметром β :

$$\begin{aligned} (E_{n\alpha}, E_{m\beta}) &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_{n\alpha} E_{m\beta}^* r dr d\varphi = \\ &= 2\pi \frac{\delta(\alpha - \beta)}{\alpha} I_{n-m}(2). \end{aligned} \quad (25)$$

где $I_{n-m}(x)$ – модифицированная функция Бесселя.

Из выражения (25) видно, что в отличие от мод Бесселя ЭБ-пучки ортогональны только по масштабирующему множителю и не ортогональны по порядку функции Бесселя.

Заключение

В работе получены следующие результаты:
– получено новое решение уравнения Гельмгольца, описывающее двухпараметрическое семейство бездифракционных непараксиальных асимметричных элегантных пучков Бесселя, комплексная амплитуда этих пучков описывается функциями Бесселя первого рода целого порядка с комплексным аргументом (уравнения (12), (16));

– распределение интенсивности ЭБ-пучков в плоскости, перпендикулярной оптической оси, имеет счётное число изолированных нулей, лежащих на горизонтальной оси x ; этим нулям соответствуют точки фазовой сингулярности волнового фронта, имеющие единичный топологический заряд (за исключением осевого нуля интенсивности); знак топологического заряда отличается для точек, расположенных с разной стороны от оптической оси (уравнение (13)); осевой ноль интенсивности имеет топологический заряд, равный порядку функции Бесселя;
– ЭБ-пучки имеют кольцевой спектр по углу, задающему направление волнового вектора, и только распределение фазы по полярному углу (уравнение (17));
– ЭБ-пучки имеют дробный ОУМ, который растёт линейно с ростом номера моды (уравнение (24)); пучок нулевого порядка имеет максимум интенсивности вблизи оптической оси и изолированные нули интенсивности вблизи нулей моды Бесселя и обладает ОУМ, равным $0,69777\hbar$ на один фотон;
– функции, описывающие комплексные амплитуды ЭБ-пучков, ортогональны по непрерывному параметру (масштабирующему множителю) и не ортогональны по целому параметру (топологическому заряду, уравнение (25)).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ поддержки ведущих научных школ (НШ-3970.2014.9) и молодого доктора наук (МД-1929.2013.2), а также грантов РФФИ 13-07-97008 и 14-07-31092.

Литература

1. Miller Jr., W. Symetry and separation of variables / W. Miller Jr. – Addison-Wesley Pub. Comp., 1977.
2. Durnin, J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory / J. Durnin // J. Opt. Soc. Am. A. – 1987. – V. 4(4). – P. 651-654.
3. Kotlyar, V.V. Algorithm for the generation of non-diffracting Bessel beams / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // J. Mod. Opt. – 1992. – V. 42(6). – P. 1231-1239.
4. Gutierrez-Vega, J.C. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams / J.C. Gutierrez-Vega, M.D. Iturbe-Castillo, S. Chavez-Cedra // Opt. Lett. – 2000. – V. 25(20). – P. 1493-1495.
5. Chavez-Cedra, S. Elliptic vortices of electromagnetic wave fields / S. Chavez-Cedra, J.C. Gutierrez-Vega, G.H.C. New // Opt. Lett. – 2001. – V. 26(22). – P. 1803-1805.
6. Kotlyar, V.V. Hermite-Gaussian modal laser beams with orbital angular momentum / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. – 2014. – V. 31(2). – P. 274-282.
7. Dennis, M.R. Propagation-invariant beams with quantum pendulum spectra: from Bessel beams to Gaussian beam-beams / M.R. Dennis, J.D. Ring // Opt. Lett. – 2013. – V. 38(17). – P. 3325-3328.
8. Прудников, А.П. Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1983.
9. Gradshteyn, I.S. Table of Integrals, Series, and Products / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik. – New York: Academic, 1965.
10. Абрамовиц, М. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М.: Наука, 1979.

References

1. **Miller Jr., W.** Symetry and separation of variables / W. Miller Jr. – Addison-Wesley Pub. Comp., 1977.
2. **Durnin, J.** Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory / J. Durnin // J. Opt. Soc. Am. A. – 1987. – V. 4(4). – P. 651-654.
3. **Kotlyar, V.V.** Algorithm for the generation of non-diffracting Bessel beams / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // J. Mod. Opt. – 1992. – V. 42(6). – P. 1231-1239.
4. **Gutierrez-Vega, J.C.** Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams / J.C. Gutierrez-Vega, M.D. Iturbe-Castillo, S. Chavez-Cedra // Opt. Lett. – 2000. – V. 25(20). – P. 1493-1495.
5. **Chavez-Cedra, S.** Elliptic vortices of electromagnetic wave fields / S. Chavez-Cedra, J.C. Gutierrez-Vega, G.H.C. New // Opt. Lett. – 2001. – V. 26(22). – P. 1803-1805.
6. **Kotlyar, V.V.** Hermite-Gaussian modal laser beams with orbital angular momentum / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. – 2014. – V. 31(2). – P. 274-282.
7. **Dennis, M.R.** Propagation-invariant beams with quantum pendulum spectra: from Bessel beams to Gaussian beam-beams / M.R. Dennis, J.D. Ring // Opt. Lett. – 2013. – V. 38(17). – P. 3325-3328.
8. **Prudnikov, A.P.** Integrals and series. Special functions / A.P. Prudnikov, J.A. Brychkov, O.I. Marichev. – Moscow: "Science" Publisher, 1983. – (In Russian).
9. **Gradshteyn, I.S.** Table of Integrals, Series, and Products / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik. – New York: Academic, 1965.
10. **Abramovitz, M.** Handbook of mathematical functions / M. Abramovitz, I.A. Stegun. – Dover Publications, 1965

DIFFRACTION-FREE ASYMMETRIC ELEGANT BESSEL BEAMS WITH FRACTIONAL ORBITAL ANGULAR MOMENTUM

V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, V.A. Soifer

Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences,
S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (National Research University)

Abstract

This paper introduces a new family of diffraction-free asymmetric elegant Bessel beams (EB-beams) with fractional orbital angular momentum (OAM). EB-beams are modes of free space and described by the n -th order Bessel function of the first kind with a complex argument. Functions of complex amplitudes of EB-beams are orthogonal by continuous scaling parameter and not orthogonal on a discrete parameter (topological charge). The intensity distribution of EB-beams has a countable number of isolated zeros of intensity, located on the horizontal axis. These zeros are centers of optical vortices with unit topological charge and opposite signs on different sides of the origin. Isolated intensity zero on the optical axis generates an optical vortex with topological charge of n . OAM of the EB-beams is $(n + 0,69777)\hbar$ per photon, where \hbar is the Planck's constant.

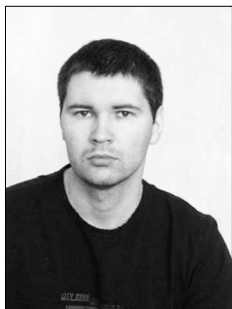
Key words: diffraction-free laser beam, Bessel beam, orbital angular momentum, complex argument.

Сведения об авторах



Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского государственного аэрокосмического университета (СГАУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences and professor of Computer Science department at Samara State Aerospace University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences (1992). He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices.



Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН. В списке научных работ более 80 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика, фотонно-кристаллические устройства.

E-mail: alanko@smr.ru.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from the S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree (2012). He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences (IPSI)

RAS), holding a part-time position of assistant at SSAU's Technical Cybernetics sub-department. He is co-author of more than 80 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices.



Соифер Виктор Александрович – член-корреспондент РАН, доктор технических наук, директор Института систем обработки изображений РАН. Лауреат государственной премии и премии правительства РФ в области науки и техники. Диплом инженера получил в Куйбышевском авиационном институте (ныне Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва) в 1968 году. Докторскую диссертацию защитил в 1979 году в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ». Автор и соавтор значительного числа научных публикаций с высоким индексом цитируемости, 10 книг и 50 авторских свидетельств и патентов.

E-mail: soifer@ssau.ru .

Victor Alexandrovich Soifer is a corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Engineering, Professor, and director of Image Processing Systems Institute (IPSI) of the RAS. He is the recipient of the State Prize of the Russian Federation and the RF government prize in Science and Technology. He was awarded an Engineer qualification (1968) by Kuibyshev Aviation Institute (KuAI, presently, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov, SSAU). He received a Doctor in Engineering degree (1979) from Saint Petersburg State Electrotechnical University "LETI" (ETU). He is a SPIE and IAPR member. He is the author and coauthor of a substantial number of scientific publications with high citation index, 10 books, and 50 author's certificates and patents.

Поступила в редакцию 2 декабря 2013 г.