

МЕТОД ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПОЛЯ ДЛЯ СИНТЕЗА ФОКУСАТОРОВ

Введение

В [1-3] развита методика расчета фазовых элементов компьютерной оптики, фокусирующих световое поле в заданную область пространства. Расчет фазовой функции фокусаторов основан на построении в рамках приближения геометрической оптики взаимно однозначного отображения точек на фокусаторе в точки заданной области фокусировки. Данный метод позволяет синтезировать фокусаторы, собирающие в область фокусировки до 80% падающей световой энергии. Однако из-за неучета волновых эффектов, не удастся с требуемой точностью восстановить вид заданного распределения интенсивности. Кроме того, метод не универсален, так как для расчета фазы фокусатора требуются определенные ограничения на форму области фокусировки и вид функции распределения интенсивности.

В [4,5] предложено для расчета фокусаторов использовать итеративный алгоритм Герчберга-Секстона, который позволяет синтезировать фокусаторы, воссоздающие более точно заданный вид интенсивности в фокусе, и не требуют ограничений, упомянутых выше. Однако при расчете этим методом за разумное число итераций (20-30) распределение в области фокусировки и амплитуда пропускания синтезируемого оптического элемента отличаются от требуемых.

С другой стороны, в цифровой голографии известны методы дополнительных элементов [6,7], которые позволяют отсчеты амплитуды голограммы кодировать дополнительными отсчетами фазы так, чтобы пропускание голограммы было чисто фазовым. Эти методы применимы для дискретной последовательности отсчетов функций и не имеют наглядной физической интерпретации.

В данной статье предлагается относительно простой метод расчета фазовой функции оптического элемента, который (элемент) оказывается чисто фазовым и часть падающей на него световой энергии (до 20%) фокусирует в заданную область пространства и формирует в этой области заданное распределение интенсивности. Рассматриваемый метод универсален в том смысле, что не накладывает ограничений на вид требуемого распределения интенсивности.

Расчет фазы фокусатора

Рассмотрение проводится в одномерном случае, хотя обобщение на двумерный случай не встречает дополнительных трудностей. Пусть требуется рассчитать функцию пропускания фазового элемента $\exp[i\psi(x)]$, где $x \in [-a, a]$, который плоскую волну фокусирует на расстоянии z в отрезок $y \in [-b, b]$ с заданным распределением интенсивности $I(y)$. Пусть функция пропускания фокусатора и требуемая интенсивность связаны преобразованием Фурье вида

$$I(y) = \left| \frac{1}{\sqrt{\lambda z}} \int_{-a}^a e^{i\psi(x)} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda z} xy} dx \right|^2. \quad (1)$$

Из (1) следует [8], что функция $I(y)$ должна быть целой аналитической функцией конечного порядка экспоненциального вида. Поэтому вместо функции $I(y)$ нужно исходить из некоторой аналитической функции $\tilde{I}(y)$, которая, во-первых,

в избранных отсчетах совпадает с исходной функцией $I(y)$, а, во-вторых, имеет следующую асимптотику нулей

$$y_n = \frac{\lambda z}{2a} n = \Delta n, \quad (2)$$

где $I(y_n) = 0$. Добиться этого можно, например, используя теорему отсчетов Котельникова [8].

Так как фаза поля в области фокусировки может быть произвольной $\varphi(y)$, $y \in [-b, b]$, то получаем для комплексной амплитуды света в области фокусировки выражение

$$F(y) = \sum_{k=-M}^M \sqrt{I(y_k)} e^{i\varphi(y_k)} \sin c \left[\frac{\pi}{\Delta} (y - k\Delta) \right], \quad (3)$$

где $\tilde{I}(y) = |F(y)|^2$, $M = \left[\frac{b}{\Delta} \right]$, $[\dots]$ - целая часть числа.

Фазу $\varphi(y)$ лучше выбирать случайной величиной, что будет способствовать более равномерному распределению амплитуды в плоскости фокусатора.

Итак, вместо требуемой интенсивности в плоскости фокусировки должно формироваться поле $F(y)$. Заметим, что поле $F(y)$ не ограничено отрезком $[-b, b]$, а отлично от нуля на всей оси $-\infty < y < \infty$, то есть из ограниченного отрезка $[-a, a]$ фокусатора нельзя полностью всю энергию сосредоточить в конечном отрезке $[-b, b]$. "Дефект" энергии, очевидно, равен величине

$$D = \int_{-b}^b I(y) dy - \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(y) dy. \quad (4)$$

Обратный Фурье-образ поля $F(y)$

$$\Phi(x) = A(x) e^{i\theta(x)} = \int_{-\infty}^{\infty} F(y) e^{i \frac{2\pi}{\lambda z} xy} dy, \quad (5)$$

благодаря выбранной частоте отсчетов Δ , будет финитной функцией и сосредоточен на отрезке $[-a, a]$. Однако нет гарантии, что поле $\Phi(x)$ будет чисто фазовым. Непостоянство амплитуды $A(x)$ создает определенные трудности при создании оптических элементов с амплитудно-фазовой функцией пропускания $\Phi(x)$ (см., например, [9]).

Если амплитуда $A(x)$ была бы постоянной величиной, то такой оптический элемент можно было бы реализовать по технологии изготовления киноформов. Для того чтобы создать чисто фазовое пропускание фокусатора, введем дополнительное поле вида $B(x)e^{i\omega x}$, удовлетворяющее условию

$$A(x)e^{i\theta(x)} + B(x)e^{i\omega x} = e^{i\psi(x)}. \quad (6)$$

Из (6) следует выражение для искомой фазовой функции фокусатора

$$\psi(x) = \arctg \left[\frac{A(x) \sin \theta(x) + B(x) \sin(\omega x)}{A(x) \cos \theta(x) + B(x) \cos(\omega x)} \right], \quad (7)$$

$$\text{где } B(x) = [1 - A^2(x) \sin^2(\theta(x) - \omega x)]^{\frac{1}{2}} - A(x) \cos(\theta(x) - \omega x). \quad (8)$$

Из (8) видно, что амплитуда дополнительного поля меняется в диапазоне $0 \leq B(x) \leq 2$, если $A(x) \leq 1$.

Величина выбирается из условия неперекрывания Фурье-образов от полей $A(x)e^{i\theta(x)}$ и $B(x)e^{i\omega x}$ и удовлетворяет неравенству

$$\omega \geq \frac{4\pi b}{\lambda z}. \quad (9)$$

Если не проводить замену $I(y)$ на $\tilde{I}(y)$, то после первого Фурье-преобразования (из области фокусировки в плоскость фокусатора) часть световой энергии попадет за пределы отрезка фокусатора $[-a, a]$, а после второго Фурье-преобразования (из отрезка фокусатора в плоскость фокусировки) еще часть световой энергии попадет за пределы отрезка фокусировки $[-b, b]$, что приведет к увеличению степени искажения восстановленного распределения интенсивности по сравнению с исходным.

Численные результаты

Предложенный метод апробировался численно. Исходная интенсивность выбиралась в виде

$$I(y) = \begin{cases} 1, & y \in [-b, b] \\ 0 & y \notin [-b, b] \end{cases} . \quad (10)$$

Дискретность в плоскости фокусатора равна $H = 0,1$ мм, а в плоскости фокусировки $N_1 = (NH)^{-1}$ (N - общее число отсчетов в обеих плоскостях). Вместо Δ в дискретном варианте выбиралась величина $N_2 = (2N_1H)^{-1}$, где $2N_1H$ - ширина фокусатора (ширина области фокусировки равна $2b = 2N_2H_1$). Случайная фаза $\phi(y)$ моделировалась датчиком случайных чисел, равновероятно заполняющих отрезок значений $\left[\frac{S}{2}, \frac{S}{2} \right]$. Последовательность действий следующая. Строятся отсчеты функции $F(y)$ по формуле (3), к $F(y)$ применяется обратное быстрое преобразование Фурье и получаются отсчеты функции $\phi(x)$, далее по формуле (7) определяются отсчеты фазы фокусатора $\psi(x)$, строится функция пропускания $\exp[i\psi(x)]$, к которой применяется прямое быстрое преобразование Фурье. Восстановленное распределение интенсивности сравнивается с исходным (10),

Так как фаза дополнительного поля выступает в качестве несущей частоты для фазовой функции фокусатора, то на данном ниже рис. 1а, б, в видно, что в плоскости фокусировки формируется распределение интенсивности, состоящее из трех "порядков" дифракции. Минус первый порядок (левый на рис. 1) - это восстановленное исходное распределение интенсивности, нулевой порядок (центральный на рис. 1) - фокусировка от дополнительного поля, плюс первый порядок (правый на рис. 1) - восстановленное исходное поле, искаженное из-за взаимодействия с дополнительным полем. На рис. 1 показано распределение интенсивности в плоскости фокусировки при следующих параметрах эксперимента: $N = 128$, $N_1 = 64$, $S = 10$, $\omega = 14 \text{ мм}^{-1}$, $H = 0,1$ мм, $N_2 = 2$ (рис. 1а), $N_2 = 4$ (рис. 1б), $N_2 = 8$ (рис. 1в). Энергетическая эффективность, то есть процентное отношение энергии света, попавшей в область фокусировки шириной $2N_2H_1$, ко всей энергии света, было равно 8% (см. рис. 1а), 12% (см. рис. 1б), 7% (см. рис. 1в).

На рис. 2 показана фаза фокусатора для случая, представленного на рис. 1б. Причина искажения восстановленной интенсивности связана с интерференцией вторичных лепестков соседних порядков. Причина невысокой энергетической эффективности фокусировки в том, что амплитуда $A(x)$ в пределах отрезка $[-a, a]$ меняется в большом диапазоне значений от 0,01 до 1, а в тех точках, где $A(x)$ мало, амплитуда $B(x)$ приближается к своему максимальному значению. То есть, чем больше будет "провалов" функции $A(x)$ до нуля, тем меньше будет энергетическая эффективность. Это подтверждает рис. 3а, б, где изображены сформированные фокусаторы распределения интенсивности в плоскости фокусировки при следующих параметрах: $N = 128$, $N_2 = 2$, $H = 0,1$ мм, $\omega = 5 \text{ мм}^{-1}$, $S = 15$, $N_1 = 64$ (рис. 3а), $N_1 = 32$

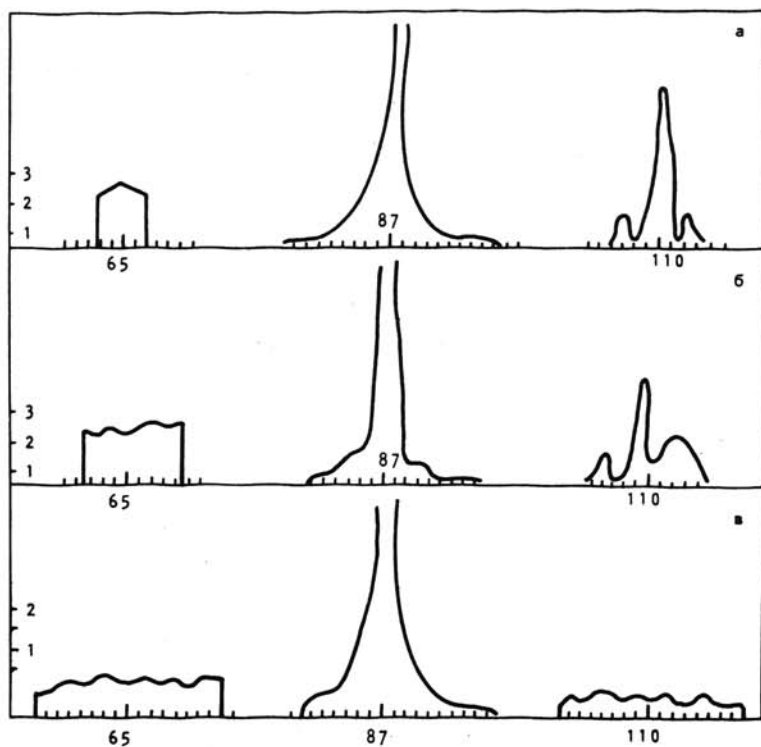


Рис. 1

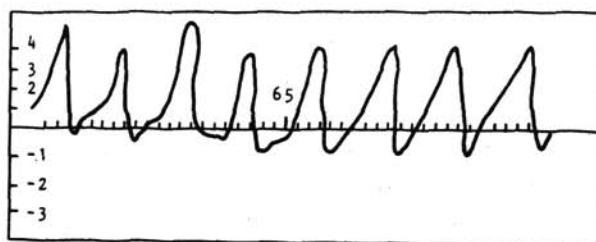


Рис. 2

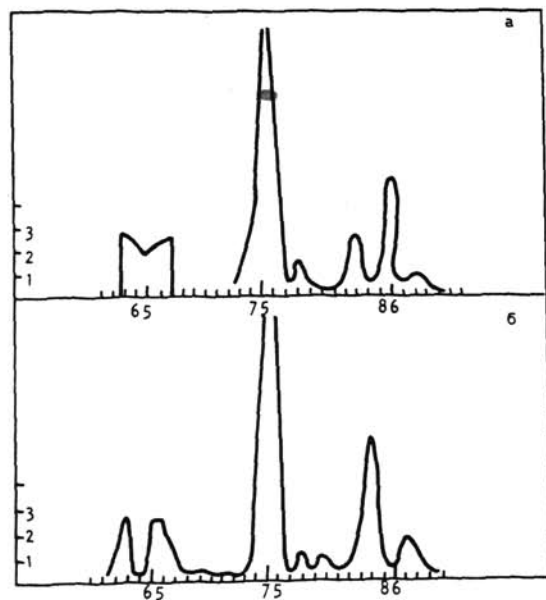


Рис. 3

(см. рис. 3б). Энергетическая эффективность для случая, представленного на рис. 3а, составляет 12%, на рис. 3б - 8%. Видно, что при уменьшении апертуры фокусатора эффективность растет, но увеличивается степень искажения вида исходной интенсивности. Эффективность растет при уменьшении N_1 , потому что на меньшем отрезке $[-a, a]$ амплитуда $A(x)$ меняется в меньшем диапазоне, а искажение вида интенсивности при уменьшении N_1 происходит из-за того, что амплитуда $A(x)$ становится отличной от нуля за пределами отрезка $[-a, a]$.

Уменьшения диапазона изменения амплитуды $A(x)$ в пределах отрезка $[-a, a]$ и тем самым повышения эффективности фокусировки можно добиться увеличением дисперсии случайной фазы исходного поля, то есть увеличением величины S . На рис. 4а, б, в показаны только требуемые части восстановленной интенсивности в плоскости фокусировки при параметрах $N_1 = 64$, $N_2 = 2$, $\omega = 14 \text{ мм}^{-1}$, $S = 1$ (рис. 4а), $S = 4$ (рис. 4б), $S = 10$ (рис. 4в). Энергетическая эффективность соответственно равна 5%, 5,4 и 7%.

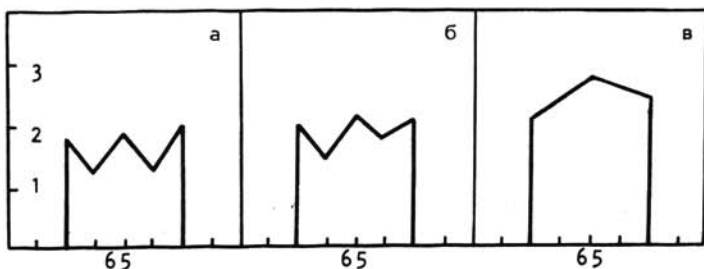


Рис. 4

Заметим (см. рис. 1), что с наименьшими искажениями восстанавливается вид исходной интенсивности, когда область фокусировки близка к дифракционному пределу.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Голуб М.А., Карпеев С.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Соيفер В.А. Фокусировка излучения в заданную область пространства с помощью синтезированных на ЭВМ голограмм // Письма в ЖТФ, 1981, т. 7, № 10, с. 618-623.

2. Данилов В.А., Попов В.В., Прохоров А.М., Сагателян Д.М., Сисакян И.Н., Соифер В.А. Синтез оптических элементов, создающих линию произвольной формы // Письма в ЖТФ, 1982, т. 8, № 13, с. 810-815.

3. Васин А.Г., Голуб М.А., Данилов В.А., Казанский Н.Л., Карпеев С.В., Сисакян И.Н., Соифер В.А., Уваров Г.В. Расчет и исследование когерентного волнового поля в фокальной области радиально-симметричных оптических элементов / Препринт ФИАН, 1983, № 304. - 38 с.

4. Березный А.Е., Комаров С.В., Прохоров А.М., Сисакян И.Н., Соифер В.А. Фазовые дифракционные решетки с заданными параметрами. Об одной обратной задаче в оптике // ДАН СССР, 1986, т. 287, № 3, с. 623-627.

5. Воронцов М.А., Матвеев А.И., Сивоконь В.П. К расчету фокусаторов лазерного излучения в дифракционном приближении // Компьютерная оптика: Сборник / МЦНТИ, 1987, Вып. 1, с. 74-78.

6. Chu D.C., Goodman I.W. Spectrum shaping with parity sequences // Appl. Opt., 1972, Vol. 11, N 8, P. 1716-1724.

7. Chu D.C., Fienup I.R. Recent approaches to computer generated holograms // Opt. Eng., 1974, Vol. 13, N 3, P. 189-195.

8. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Финитные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. - 408 с.

9. Голуб М.А., Карпеев С.В., Казанский Н.Л., Мирзов А.В., Сисакян И.Н., Сойфер В.А., Уваров Г.В. Фазовые пространственные фильтры, согласованные с поперечными модами // Квантовая электроника, 1988, Т. 15, № 3, С. 617-618.
