

# ЭФФЕКТИВНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПАКЕТОВ МОД ИДЕАЛЬНОГО ГРАДИЕНТНОГО ВОЛНОВОДА С ЗАДАНЫМИ ФАЗОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

М.А. Бахарева\*, В.В. Котляр, В.С. Павельев, В.А. Сойфер\*\*, С.Н. Хонина

Институт систем обработки изображений РАН,

\*) АО НПП "СПЕКТР" (г. Самара),

\*\*\*) Самарский государственный аэрокосмический университет

## Аннотация

В данной работе разработан подход к повышению эффективности возбуждения мод градиентного волновода с помощью дифракционных оптических элементов (ДОЭ) в задачах уплотнения каналов волоконно-оптической связи, рассмотренных в [1]. Предложена модификация итерационного алгоритма [2], позволяющая существенно повысить эффективность формирования заданного модового состава и вместе с тем избежать уширения импульса, возникающего из-за межмодовой дисперсии [3], в каждом канале связи.

Вводится понятие *инвариантного модового пакета* - амплитудно-фазового распределения специального вида, обладающего рядом свойств мод лазерного излучения. Приведены результаты вычислительных экспериментов по расчету и моделированию дифракционных оптических элементов, формирующих инвариантные модовые пакеты в заданных порядках дифракции, а также по прохождению сформированных пучков через Фурье-каскад.

## Введение

В [1] рассмотрена принципиальная возможность повышения информационной емкости каналов связи волоконно-оптических систем с помощью селективного возбуждения мод градиентного оптоволокна. Однако, существенным недостатком элементов, предложенных в [1] для возбуждения заданных гауссовых мод или групп мод (моданов), является их низкая энергетическая эффективность, связанная с появлением паразитных дифракционных порядков. Энергетическая эффективность однопучковых моданов, рассмотренных в [1], не превышала 10-33%.

В [2] был предложен итерационный метод расчета фазовых дифракционных оптических элементов, согласованных с несколькими модами, позволяющий достигать значения энергетической эффективности 85-90%. Метод [2] использует в качестве свободных параметров фазовые сдвиги между формируемыми модами в плоскости формирования модовых пучков и значения отсчетов фазовой функции рассчитываемого элемента в плоскости ДОЭ.

Однако, в случае небольшого числа каналов (2-5) свободных параметров в плоскости формирования модовых пучков может оказаться недостаточно для работы итерационной процедуры [2], что приведет к ощутимой ошибке формирования заданного модового распределения. На Рис. 1 представлена схема возбуждения оптоволокна с селективной модуляцией мод с помощью модана, предложенного в [2]: L - лазер, P - блок коллиматора, M - многопучковый модан, O - линза,  $\Sigma$  - оптический сумматор мод, D - оптические модуляторы, F - оптическое волокно. В данной работе с целью увеличения числа свободных параметров предлагается использовать для реализации отдельного информационного канала пакеты гауссовых мод с одинаковой фазовой скоростью распространения. Число свободных параметров (фазовых межмодовых сдвигов) по сравнению с подходом [2] возрастает в  $m$  раз, где  $m$  - число мод в каждом пакете. В то же время, использование пакета мод с одинаковой фазовой скоростью для реализации отдельного информационного канала позволит избежать уширения импульса, вызываемого межмодовой дисперсией [3].

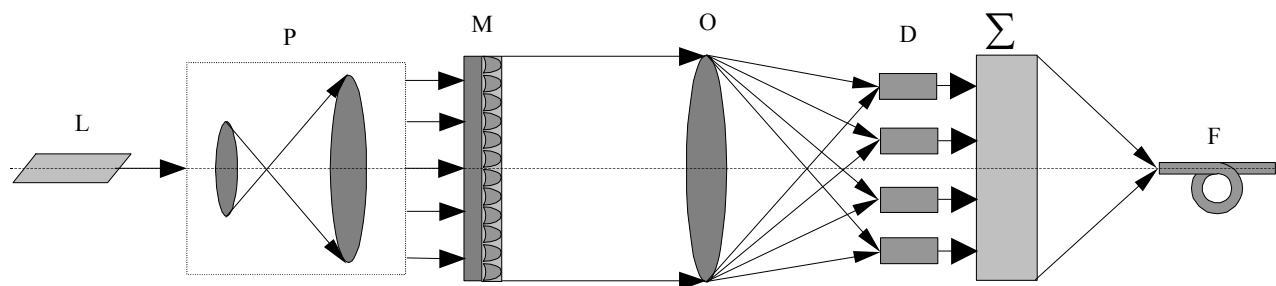


Рис. 1.

## 1. Фазовая скорость мод лазерного излучения

Для градиентного волоконного световода с поперечно-неоднородным показателем прелом-

ления  $n(x, y)$ , волновые фронты мод являются плоскостями, а оператор распространения связывает решение  $\omega(x, y, z)$  уравнения Гельмгольца [1]

$$\nabla_{\perp}^2 \omega(x, y, z) + \frac{\partial^2 \omega(x, y, z)}{\partial z^2} + n^2(x, y) \cdot k^2 \cdot \omega(x, y, z) = 0 \quad (1)$$

с граничным значением  $\omega|_{z=0} = \omega(x, y, 0)$ ,

где  $\nabla_{\perp} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$  - поперечный оператор Гамильтона, а монохроматическое поле описывается в скалярном представлении комплексной амплитудой  $\omega(x, y, z)$ .

Моды поперечно-неоднородного волоконного световода определяются из уравнения [1]:

$$\nabla_{\perp}^2 \psi_{pl}(x, y) + [k^2 n^2(x, y) - \beta_{pl}^2] \cdot \psi_{pl}(x, y) = 0, \quad (2)$$

где  $\psi_{pl}(x, y)$  - комплексная амплитуда моды с номером  $p, l$ . Для любого расстояния  $z$  имеем:

$$\omega(x, y, z) = \gamma_{pl} \cdot \psi_{pl}(x, y), \quad (3)$$

$$\gamma_{pl} = \exp[i\beta_{pl} z + \alpha_{pl} z],$$

где  $\beta_{pl}$  - постоянная распространения,  $\alpha_{pl}$  - коэффициент затухания моды  $\psi_{pl}$ .

Собственными функциями оператора распространения света в градиентном оптическом световоде с квадратичным распределением показателя преломления

$$n^2(r) = n_1^2 \left[ 1 - 2\Delta \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right],$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \leq a, \quad (4)$$

$\Delta$  - константа, являются функции Гаусса-Эрмита и обобщенные функции Гаусса-Лагерра [1].

Обобщенные моды Гаусса-Лагерра определяются следующим выражением:

$$\psi_{pl}(x, y) = E_{pl} \left( \frac{r\sqrt{2}}{\sigma} \right)^l \cdot L_p^l \left( \frac{2r^2}{\sigma^2} \right) \cdot \exp \left[ -\frac{r^2}{\sigma^2} \right] \cdot \exp[\pm i l \alpha], \quad (5)$$

где  $\alpha$  - полярный угол вектора  $(x, y)$ ,

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $L_p^l(\cdot)$  - обобщенный полином Лагерра,  $\sigma$  - фундаментальный радиус моды,

$E_{pl} = \frac{2}{\sigma \sqrt{2\pi} \cdot l! C_{p+l}^l}$  - нормировочная константа.

Моды Гаусса-Эрмита определяются соотношением:

$$\psi_{pl}(x, y) = E_{pl} \cdot H_p \left( \frac{\sqrt{2}x}{\sigma} \right) \cdot H_l \left( \frac{\sqrt{2}y}{\sigma} \right) \cdot \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2} \right], \quad (6)$$

где  $H_p(\cdot)$  - полином Эрмита степени  $p$ ,  $\sigma$  - фундаментальный радиус моды ГЭ,

$$E_{pl} = \frac{1}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi \cdot 2^{p+l} \cdot p! \cdot l!}}.$$

Фазовая скорость  $\beta_{pl}$  распространения гауссовых мод определяется уравнением [1]

$$\beta_{pl} = \sqrt{k^2 n_1^2 - \frac{4}{\sigma^2} (r_{pl} + 1)}, \quad (7)$$

где  $r_{pl} = p + l$  для мод Гаусса-Эрмита и  $r_{pl} = 2p + l$  для мод Гаусса-Лагерра.

Напомним замечательные свойства гауссовых мод [1,4]:

1) являясь собственными функциями распространения света в градиентном волокне, гауссовы моды сохраняют амплитудно-фазовую структуру при распространении в свободном пространстве;

2) гауссовы моды сохраняют взаимную ортогональность при распространении в градиентных средах и свободном пространстве;

3) гауссовы моды сохраняют амплитудно-фазовую структуру при прохождении Фурье-каскада.

Из (3) и (7) следует, что в отсутствие затухания ( $\alpha_{pl}=0$ ) линейная комбинация нескольких гауссовых мод, для которых выполняется

$$r_{pl} = \text{const} \quad (8)$$

при распространении ведет себя фактически как отдельная мода лазерного излучения: амплитудно-фазовая структура пучка будет сохраняться, а комбинации, соответствующие различным значениям  $r_{pl}$ , будут взаимно ортогональны, так как не могут содержать мод с одинаковой парой индексов  $(p, l)$ . Амплитудно-фазовые распределения, описываемые линейными комбинациями гауссовых мод, удовлетворяющих (8), будем называть **инвариантными модовыми пакетами**.

При передаче информации по отдельным каналам с помощью инвариантных модовых пакетов в идеальном градиентном волноводе с профилем (4) не будет возникать межмодовой дисперсии и, следовательно, уширения импульса, вызываемого межмодовой дисперсией [3].

С другой стороны, выбор инвариантных модовых пакетов в качестве носителей информационных каналов позволяет использовать в качестве свободных параметров для итерационной процедуры [2] не только фазовые сдвиги между отдельными инвариантными модовыми пакетами, но и межмодовые фазовые сдвиги внутри каждого пакета.

## 2. Построение итерационной процедуры расчета дифракционного оптического элемента, согласованного с инвариантными модовыми пакетами

Нам необходимо вычислить фазу  $\varphi(x, y)$  оптического элемента, освещаемого Гауссовым пучком

ком с распределением амплитуды  $A(x,y)$ . Элемент формирует моды (пакеты мод) в дифракционных порядках, определяемых векторами пространственных частот несущих  $\left(v_{pl}^{(1)}, v_{pl}^{(2)}\right)$ , где  $p, l$  - порядковые номера моды. Функция комплексного пропускания такого элемента должна подчиняться следующему соотношению [2]:

$$A(x, y) \cdot \exp[i\varphi(x, y)] = \sum_{p=0}^P \sum_{l=0}^L C_{pl} \Psi_{pl}(x, y) \cdot \exp[-i2\pi(v_{pl}^{(1)}x + v_{pl}^{(2)}y)] \quad (9)$$

где  $\Psi_{pl}(x, y)$  - гауссова мода с порядковыми номерами  $(p, l)$ . Модуль коэффициента  $C_{pl}$  выбирается из условия желаемого распределения энергии между модами.

Разница между соседними пространственными частотами  $|v_{p+1,l} - v_{p,l}|$  выбирается достаточно большой, чтобы коэффициенты в уравнении (9) могли быть представлены как:

$$C_{pl} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \exp[i\varphi(x, y)] \times \Psi_{pl}(x, y) \exp[-i2\pi(v_{pl}^{(1)}x + v_{pl}^{(2)}y)] dx dy \quad (10)$$

Можно получить коэффициенты  $C_{pl}$  с помощью двумерного Фурье преобразования используя следующее уравнение [2]:

$$F(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \cdot \exp[i\varphi(x, y)] \times Q(x, y) \cdot \exp[i2\pi(\xi x + \eta y)] dx dy \quad (11)$$

где

$$Q(x, y) = \sum_{p=0}^P \sum_{l=0}^L \Psi_{pl}(x, y) \quad (12)$$

В этом случае, функция  $F(\xi, \eta)$  в точках  $(\xi, \eta)$  плоскости с координатами  $\left(v_{pl}^{(1)}, v_{pl}^{(2)}\right)$  будет равна передаточным коэффициентам:

$$F\left(\xi = v_{pl}^{(1)}, \eta = v_{pl}^{(2)}\right) \cong C_{pl} \quad (13)$$

В [2] для поиска фазы оптического элемента  $\varphi(x,y)$  был предложен следующий итерационный алгоритм. Выбирается начальная фаза  $\varphi_0(x, y)$ . Предположим, что на  $k$  итерационном шаге мы получаем фазу  $\varphi_k(x, y)$ . Используя функцию  $\varphi_k(x, y)$ , мы получаем коэффициенты  $C_{pl}^{(k)}$  из уравнения (13) или (10). Затем эти коэффициенты

заменяются коэффициентами  $\overline{C_{pl}^{(k)}}$  используя следующее правило:

$$\overline{C_{pl}^{(k)}} = B_{pl} C_{pl}^{(k)} \left| C_{pl}^{(k)} \right|^{-1} \quad (14)$$

где  $B_{pl}$  положительные числа, характеризующие распределение энергии между модами.

Коэффициент  $C_{pl}^{(k)}$  подставляется в (9). Как итоговый результат, мы получаем функцию  $F_{k+1}(x, y)$ , аргумент которой сохраняется как оценка фазы:

$$\varphi_{k+1}(x, y) = \arg F_{k+1}(x, y). \quad (15)$$

Релаксационная способность итерационной процедуры может быть проконтролирована по уменьшению ошибки СКО:

$$\delta_k^2 = \left[ \sum_{p=0}^P \sum_{l=0}^L (B_{pl} - |C_{pl}^{(k)}|)^2 \right] \left[ \sum_{p=0}^P \sum_{l=0}^L B_{pl}^2 \right]^{-1} \quad (16)$$

В нашем случае процедура будет отличаться лишь специфическим выбором значений несущих:

$$\begin{cases} v_{pl} = v_{p'l'} & p+l = p'+l' \\ v_{pl} \neq v_{p'l'} & p+l \neq p'+l' \end{cases} \quad (17)$$

для мод Гаусса-Эрмита и

$$\begin{cases} v_{pl} = v_{p'l'} & 2p+l = 2p'+l' \\ v_{pl} \neq v_{p'l'} & 2p+l \neq 2p'+l' \end{cases} \quad (18)$$

для мод Гаусса-Лагерра.

### 3. Экспериментальные результаты

В данной работе производился итерационный расчет ДОО, формирующего из Гауссова пучка с распределением интенсивности

$$I(x, y) = \exp\left(-\frac{2(x^2 + y^2)}{\sigma_0^2}\right) \quad (19)$$

несколько инвариантных модовых пакетов, распространяющихся вдоль оптической оси.

На Рис. 2 представлено трехмерное распределение интенсивности в выходной плоскости ДОО, формирующего четыре пакета мод Гаусса-Эрмита:

$r_{pl}=1$  - моды с порядковыми номерами  $(1,0), (0,1)$ ;

$r_{pl}=2$  - моды с номерами  $(2,0), (0,2), (1,1)$ ;

$r_{pl}=3$  - моды с номерами  $(3,0), (0,3), (2,1)$ ;

$r_{pl}=4$  - моды с номерами  $(4,0), (0,4), (3,1)$ .

Ошибка формирования заданного распределения составляла 13% на десятой итерации, в то время как ошибка формирования четырех мод Гаусса-Эрмита элементом, рассчитанным процедурой [2], составила 23%. Таким образом, увеличение числа свободных параметров в зоне ди-

фракции Френеля с 4 до 13 привело к снижению ошибки в 1,8 раза.

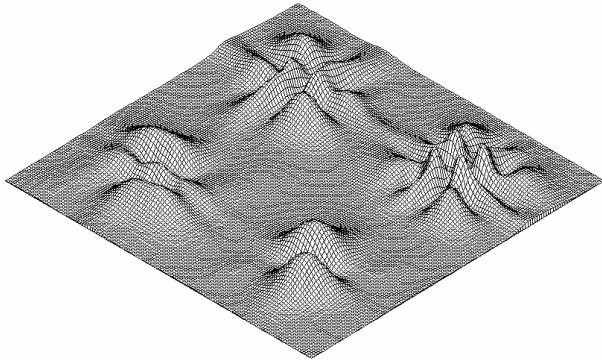


Рис. 2.

На практике дальнейшее увеличение числа свободных параметров будет определяться, очевидно, числом каналируемых мод волновода (или **числом отсечки** [3]).

В [4] было показано, что Гауссовы моды не меняют своей структуры и при прохождении Фурье-каскада. В этом случае меняется лишь значение фундаментального радиуса моды  $\sigma$  на  $\sigma_F$ , определяемое параметрами Фурье-каскада:

$$\sigma_F = \frac{\lambda f}{\sigma \pi}. \quad (20)$$

На Рис. 3 и 4 приведены результаты моделирования прохождения модового пакета через Фурье-каскад. Рис.3 – амплитудное распределение суммы мод Гаусса-Эрмита с номерами (2,2) и (4,0) с единичными весами во входной плоскости Фурье-каскада, Рис.4 – в выходной.

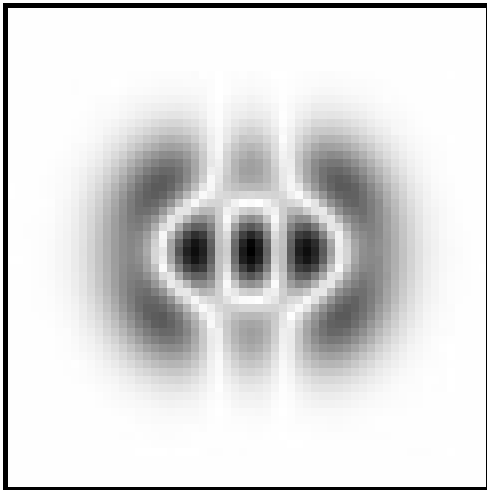


Рис. 3.

Моделирование проводилось с помощью программного обеспечения "QUICK-DOE", разработанного в Институте систем обработки изображений РАН [5]. Необходимо отметить, что на практике приходится иметь дело с градиентными волокнами, реальный профиль которых значительно отличается от идеального параболического. Как правило, имеет место резкий провал значения показателя преломления в центре сердцевинки волокна,

что объясняется спецификой используемой технологии изготовления градиентных волокон.

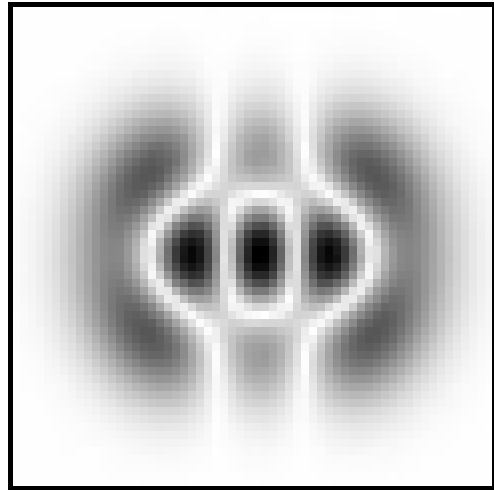


Рис. 4.

Уменьшить влияние технологических погрешностей изготовления волокон можно, выбирая для передачи одного канала связи группу мод Гаусса-Лагерра, связанных соотношением

$$2p + l = \text{const}, l \neq 0.$$

В данной работе проводился расчет и моделирование ДОЭ, формирующего 4 пакета мод Гаусса-Лагерра со следующими значениями порядковых номеров:

- $r_{pl}=15$  – моды с номерами (5,5), (6,3), (7,1);
- $r_{pl}=17$  – моды с номерами (8,1), (6,5), (7,3);
- $r_{pl}=19$  – моды с номерами (9,1), (8,3), (7,5);
- $r_{pl}=21$  – моды с номерами (10,1), (9,3), (8,5).

Сумма квадратов коэффициентов при заданных модах в разложении комплексного распределения непосредственно за рассчитанным ДОЭ, составило 0,8. Таким образом, на формирование заданных мод приходится 80% энергии освещающего пучка.

На Рис. 5 и Рис. 6 представлены, соответственно, фаза ДОЭ, согласованного с пакетами мод Гаусса-Лагерра, и распределение амплитуды, сформированное ДОЭ в зоне дифракции Френеля.

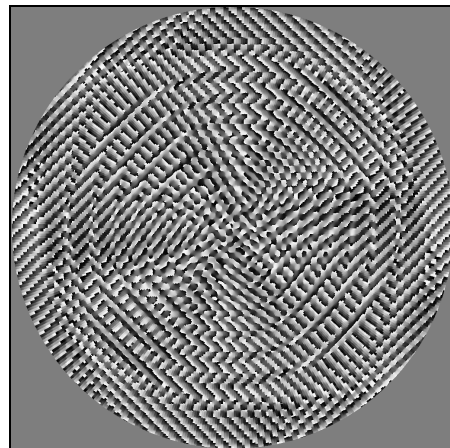


Рис. 5.

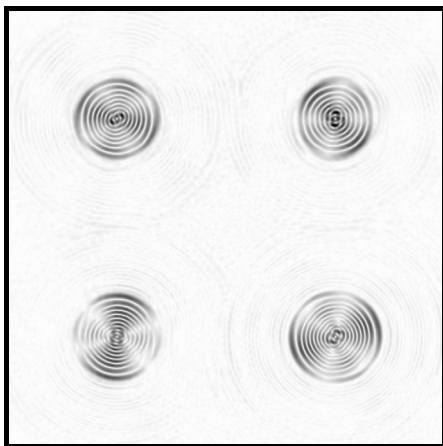


Рис. 6.

### Заклучение

Разработан подход к повышению эффективности возбуждения мод градиентного волновода с помощью дифракционных оптических элементов в задачах уплотнения каналов волоконно-оптической связи, рассмотренных в [1]. Предложена модификация итерационного алгоритма [2], позволяющая существенно повысить эффективность формирования заданного модового состава и вместе с тем избежать уширения импульса, возникающего из-за межмодовой дисперсии [3], в каждом канале связи. Результаты вычислительных экспериментов демонстрируют весьма ощутимый выигрыш по сравнению с результатами, полученными при расчете ДОЭ алгоритмом [2]. В качестве возможной технологии изготовления ДОЭ, рассчитанного с помощью предлагаемой модификации процедуры [2], может быть выбрана технология многоуровневого травления резиста, описанная в [6].

На Рис. 7 представлена пятая бинарная маска из технологического комплекта масок, предназначенного для формирования 16-уровневого фазового рельефа ДОЭ, согласованного с пакетами мод Гаусса-Эрмита. Результат моделирования данного элемента приведен на Рис. 2. Комплект бинарных фотошаблонов для изготовления элемента был получен с помощью ПО

“DOE-tools”, разработанного в Институте систем обработки изображений РАН.

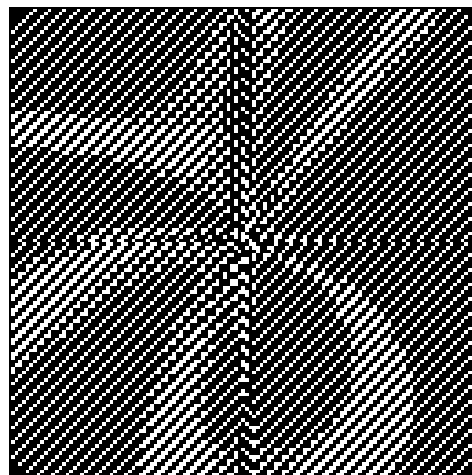


Рис. 7.

### Литература

1. Soifer V.A., Golub M.A., Laser Beam Mode Selection by Computer Generated Holograms, CRC Press, 1994.
2. V.V. Kotlyar, I.V. Nikolsky, V.A. Soifer An algorithm for calculating multichannel formers of Gaussian modes.// Optika V. 98, No. 1, (1994) p. 26-30
3. A. W. Snyder, J.D. Love. Optical waveguide theory. Chapman and Hall. 1984
4. Yariv A., Optical electronics, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1985.
5. Doskolovich L.L., Golub M.A., Kazanskiy N.L., Khramov A.G., Pavelyev V.S., Seraphimovich P.G., Soifer V.A., Volotovskiy S.G., Software on diffractive optics and computer generated holograms. //Proceeding SPIE 2363.
6. Duparre M., Pavelyev V., Luedge B., Kley B., Kowarschik R., Soifer V. "Forming of selected unimodal complex amplitude distributions by means of novel DOE's of MODAN-type"// Proceedings SPIE 3134.
7. Solimeno S., Crosignani B., Di Porto P., Guiding, diffraction and confinement of optical radiation, Academic Press, Inc., 1986.