
**ДИФРАКЦИОННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ,
СОГЛАСОВАННЫЕ С МОДАМИ ГАУССА-ЛАГЕРРА**

*С.Н. Хонина, В.В. Котляр и В.А. Сойфер
Институт систем обработки изображений РАН*

Аннотация

Разработаны и исследованы итеративные алгоритмы расчета фазового оптического элемента, формирующего световые пучки Гаусса-Лагерра с заданным модовым составом, в том числе одномодовые пучки. Показано, что для эффективного формирования отдельных мод Гаусса-Лагерра можно использовать фазовые элементы, пропускание которых равно знаковой функции от соответствующего обобщенного многочлена Лагерра. Приведены результаты численного моделирования.

Введение

Моды определяются как устойчивые при распространении в волноводной среде световые пучки. Моды не расплываются и не изменяют пространственной структуры в процессе распространения в своей среде, а лишь приобретают фазовый набег [1].

Рассматриваемые моды Гаусса-Лагерра сохраняют свою структуру и в свободном пространстве, изменяясь лишь масштабно.

Актуальной задачей является создание приборов, формирующих эталоны модовых пучков, и приборов, измеряющих модовый состав имеющихся многомодовых пучков. Такие приборы смогут осуществить индивидуальное возбуждение, измерение и обнаружение мод когерентного излучения.

В работах [1-3] в качестве таких приборов рассматриваются дифракционные оптические элементы (ДОЭ), рассчитанные с помощью методов компьютерной оптики. Особый интерес представляют фазовые ДОЭ, имеющие повышенную энергетическую эффективность и многоканальный характер работы, позволяющий сформировать несколько модовых пучков.

В отличие от метода кодирования с пространственной несущей частотой, рассмотренного в [1], и итеративного метода с использованием вспомогательной области, приведенного в [2], в данной работе используется метод, разработанный в [3]. Он состоит в итеративной аппроксимации функции пропуска ДОЭ конечной суммой гауссовых мод. Однако, в [3,4] были рассмотрены только радиально-симметричные моды Гаусса-Лагерра. В данной работе этот метод применен к обобщенным модам Гаусса-Лагерра. Такое расширение метода позволяет с высокой эффективностью формировать модовые пучки, поперечное сечение которых представляет собой заданное изображение.

Кроме того, хотя рассматриваемый метод работает тем лучше, чем больше задействовано мод в пучке, он работоспособен и при формировании одномодового пучка. В этом случае за одну итерацию получается ДОЭ с фазовой функцией, пропорциональной знаковой функции моды. Показано, что для эффективного формирования отдельных мод Гаусса-Лагерра можно использовать фазовые элементы, пропускание которых равно знаковой функции соответствующего многочлена Лагерра.

1. Итеративный алгоритм расчета фазовых формирователей пучков Гаусса-Лагерра

Алгоритм, рассмотренный в [3,4], в случае обобщенных мод Гаусса-Лагерра выглядит следующим образом. Задача состоит в том, чтобы рассчитать фазу $\varphi(x,y)$ дифракционного оптического элемента, удовлетворяющую соотношению

$$A_0(x,y) \exp[i\varphi(x,y)] = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} C_{nm} S_{nm}(r,\theta), \quad (1.1)$$

в котором $S_{nm}(r,\theta)$ - обобщенная функция Гаусса-Лагерра:

$$S_{nm}(r,\theta) = \frac{2\sqrt{\pi(n-m)!}}{a\sqrt{(n!)^3}} \left(\frac{r}{a}\right)^m \times \exp\left[-(r/a)^2/2\right] L_n^m\left((r/a)^2\right) \exp[\pm im\theta] \\ r^2 = x^2 + y^2, \quad \theta = \arctg \frac{y}{x} \quad (1.2)$$

где $L_n^m(x) = (-1)^m \frac{d^m}{dx^m} [L_{m+n}(x)]$ - обобщенный многочлен Лагерра, $A_0(x,y)$ - известная амплитуда осевого пучка, модули коэффициентов $|C_{nm}|$ задаются произвольно, а аргументы C_{nm} являются свободными параметрами задачи. Квадраты модулей коэффициентов $|C_{nm}|^2$ характеризуют энергетический вклад каждой моды в пучок.

Функции Гаусса-Лагерра ортогональны

$$\int_0^{2\pi\infty} \int_0^\infty S_{nm}(r,\theta) S_{kl}(r,\theta) r dr d\theta = \delta_{nk} \delta_{ml}, \quad (1.3)$$

где $\delta_{nm} = \begin{cases} 1, n=m \\ 0, n \neq m \end{cases}$ - символ Кронекера.

Для удобства перепишем уравнение (1.1) в полярных координатах (r,θ) :

$$f(r,\theta) = A_0(r,\theta) \exp[i\varphi(r,\theta)] = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} C_{nm} S_{nm}(r,\theta), \quad (1.4)$$

Тогда коэффициенты в уравнении (1.4) вычисляются по формуле:

$$C_{nm} = \int_0^{2\pi\infty} \int_0^\infty A_0(r,\theta) \exp[i\varphi(r,\theta)] \times S_{nm}^*(r,\theta) r dr d\theta \quad (1.5)$$

Предлагаемый итеративный алгоритм основан на последовательном вычислении сумм (1.4) и интегралов (1.5) с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье с наложением соответствующих ограничений. Так, на k -ой итерации рассчитанные коэффициенты $C_{nm}^{(k)}$ заменяются на $\bar{C}_{nm}^{(k)}$ следующим образом

$$\bar{C}_{nm}^{(k)} = D_{nm} C_{nm}^{(k)} |C_{nm}^{(k)}|^{-1}, \quad (1.6)$$

где D_{nm} - неотрицательные числа, характеризующие распределение энергии между модами. Огра-

ничения типа (1.6) характерны для итеративного алгоритма Герцберга-Секстона [5]. Однако, для улучшения сходимости можно применять модификации замены (1.6), вводя некоторый коэффициент адаптивности $0 < \alpha \leq 1$:

$$\bar{C}_{nm}^{(k)} = \begin{cases} \left[D_{nm} - \alpha \left(|C_{nm}^{(k)}| - D_{nm} \right) \right] \times \\ \times C_{nm}^{(k)} |C_{nm}^{(k)}|^{-1}, (n, m) \in \Omega \\ 0, (n, m) \notin \Omega \end{cases} \quad (1.7)$$

или

$$\bar{C}_{nm}^{(k)} = \begin{cases} \left[D_{nm} - \alpha \left(|C_{nm}^{(k)}| - D_{nm} \right) \right] \times \\ \times C_{nm}^{(k)} |C_{nm}^{(k)}|^{-1}, (n, m) \in \Omega, \\ C_{nm}^{(k)}, (n, m) \notin \Omega \end{cases} \quad (1.8)$$

где Ω - множество пар индексов, для которых отличны от нуля числа D_{nm} .

Таким образом, можно предложить следующий алгоритм для нахождения фазы оптического элемента $\varphi(r, \theta)$.

1. Начальная фаза выбирается как случайная величина $\varphi_0(r, \theta)$.

2. Пусть на k -ом шаге по формуле (1.4) получается значение k -ой фазы: $\varphi_k(r, \theta)$. Используя $\varphi_k(r, \theta)$, из уравнения (1.5) рассчитываются коэффициенты $C_{nm}^{(k)}$.

3. Затем они заменяются коэффициентами $\bar{C}_{nm}^{(k)}$, используя правило (1.6), (1.7) или (1.8).

4. Коэффициенты $\bar{C}_{nm}^{(k)}$ подставляются в (1.4).

В результате получается функция $f_k(r, \theta)$, аргумент которой служит последующей оценкой фазы

$$f_k(r, \theta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} \bar{C}_{nm}^{(k)} S_{nm}(r, \theta), \quad (1.9)$$

$$\varphi_{k+1}(r, \theta) = \arg\{f_k(r, \theta)\}$$

Переходим к 2. И так далее.

Сходимость алгоритма контролируется по средним отклонениям:

$$\delta_A = \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^\infty [A_0(r, \theta) - |f_k(r, \theta)|]^2 r dr d\theta \right\}^{\frac{1}{2}} \times \quad (1.10)$$

$$\times \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^\infty A_0^2(r, \theta) r dr d\theta \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\delta_C = \left\{ \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} [D_{nm} - |C_{nm}^{(k)}|]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \times \quad (1.11)$$

$$\times \left\{ \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} D_{nm}^2 \right\}^{\frac{1}{2}},$$

Аналогично тому как это сделано в [4], можно показать, что ошибки (1.10) и (1.11) не возрастают:

$$\delta_A^{(k+1)} \leq \delta_A^{(k)}, \delta_C^{(k+1)} \leq \delta_C^{(k)}. \quad (1.12)$$

Функции Гаусса-Лагерра являются собственными функциями преобразования Фурье:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty S_{nm}(r, \theta) \exp[-ir\rho \cos(\theta - \nu)] r dr d\theta = (-1)^n (-i)^m S_{nm}(\rho, \nu), \quad (1.13)$$

что позволяет использовать их для эффективного ввода излучения в световые волокна [1]. Так, если мы сформировали световой пучок, сечение которого имеет вид заданного изображения, и который является суперпозицией мод Гаусса-Лагерра:

$$g(r, \theta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} C_{nm}^g S_{nm}(r, \theta), \quad (1.14)$$

то в зоне дифракции Фраунгофера или в фокальной плоскости линзы мы получим следующее изображение:

$$\mathfrak{F}\{g(r, \theta)\} = G(\rho, \nu) = \sum_{n=0}^N \sum_{m \leq n} \lambda_{nm} C_{nm}^g S_{nm}(\rho, \nu), \quad (1.15)$$

где \mathfrak{F} - обозначение Фурье-преобразования.

Следовательно, если в суперпозиции участвовали только моды с одинаковыми значениями собственных чисел

$$\lambda_{nm} = (-1)^n (-i)^m = \lambda_0, \quad (1.16)$$

то вид изображения в сечении пучка не меняется.

Из формулы (1.16) видно, что собственные числа функций Гаусса-Лагерра принимают всего четыре значения:

$$\begin{aligned} \lambda_{nm} = 1: & (n = 2k, m = 4l), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l + 2), \\ \lambda_{nm} = -1: & (n = 2k, m = 4l + 2), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l), \\ \lambda_{nm} = i: & (n = 2k, m = 4l + 3), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l + 1), \\ \lambda_{nm} = -i: & (n = 2k, m = 4l + 1), (n = 2k + 1, \\ & m = 4l + 3), k, l = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1.17)$$

Более наглядно распределение одинаковых значений собственных чисел в зависимости от номера функции Гаусса-Лагерра приведено в Таблице 1.

Таким образом, вполне реально подобрать такую суперпозицию мод Гаусса-Лагерра с одинаковыми собственными значениями, чтобы сформировать некоторое изображение, не меняющее своей структуры при прохождении Фурье-каскада. Заметим, что функции Гаусса-Лагерра с взаимно противоположной «закруткой» $\exp[\pm i\theta]$ имеют одинаковые собственные значения.

Таблица 1. Собственные значения для собственных функций Гаусса-Лагерра

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1									
1	-1	i								
2	1	-i	-1							
3	-1	i	1	-i						
4	1	-i	-1	i	1					
5	-1	i	1	-i	-1	i				
6	1	-i	-1	i	1	-i	-1			
7	-1	i	1	-i	-1	i	1	-i		
8	1	-i	-1	i	1	-i	-1	i	1	
9	-1	i	1	-i	-1	i	1	-i	-1	i

Совокупность мод Гаусса-Лагерра с одинаковыми собственными значениями можно считать модовой группой, так как она также представляет собой собственную функцию преобразования Фурье.

2. Фазовые формирователи одномодовых пучков Гаусса-Лагерра

Понятно, что рассматриваемый метод работает тем лучше, чем больше задействовано членов в сумме (1.4), а следовательно мод в пучке. Имя больше степеней свободы, которыми являются фазы коэффициентов C_{nm} , мы точнее аппроксимируем желаемую функцию $f(r, \theta)$, в частности, амплитуду рассчитываемого ДОЭ $A_0(x, y)$.

Однако, данный метод работоспособен и при формировании одномодового пучка. В этом случае за одну итерацию (с дальнейшей стагнацией) конструируется ДОЭ с фазой, пропорциональной знаковой функции от многочлена Лагерра:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(r, \theta) &= \arg\{S_{nm}(r, \theta)\} = \\ &= \frac{\pi}{2} \left(1 - \operatorname{sgn}\left[L_n^m\left(\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)\right] \right) \pm im\theta \end{aligned} \quad (2.1)$$

Покажем, что такая аппроксимация функции Гаусса-Лагерра является эффективной.

Выражение (2.1) для фазовой функции эквивалентно следующему выражению для амплитуды на участке $[-R, R]$, где R - размер апертуры, $t=(r/a)^2$:

$$\hat{S}_{nm}(t, \theta) = \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] \exp(\pm im\theta) \quad (2.2)$$

Разложим функцию (2.2) по ортогональным многочленам Лагерра с «закруткой»:

$$\hat{S}_{nm}(t, \theta) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q \leq p} \hat{C}_{pq}^{(nm)} L_p^q(t) \exp(\pm iq\theta) \quad (2.3)$$

и найдем коэффициенты разложения:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pq}^{(nm)} &= \sqrt{\frac{(p-q)!}{(p!)^3}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] e^{\pm im\theta} \times \\ &\times L_p^q(t) e^{\mp iq\theta} t^q e^{-t} dt d\theta = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{(p-q)!}{(p!)^3}} \int_0^{\infty} \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] L_p^q(t) \cdot t^q e^{-t} dt \times \quad (2.4) \\ &= \sqrt{\frac{(p-m)!}{(p!)^3}} \left(\int_0^{\infty} \operatorname{sgn}\left[L_n^m(t)\right] L_p^m(t) \times \right. \\ &\left. \times t^m e^{-t} dt \right) = \hat{C}_{pm}^{(n,m)} \end{aligned}$$

Таким образом, ненулевыми являются только коэффициенты с таким же вторым индексом, что и раскладываемая функция $\hat{S}_{nm}(t, \theta)$.

Обозначив через $t_{k,n}$ нули многочлена $L_n^m(t_{k,n})=0$ и считая $t_{0,n}=0$, представим выражение (2.4) в виде суммы интегралов:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pm}^{(n,m)} &= \sqrt{\frac{(p-m)!}{(p!)^3}} \times \\ &\times \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \int_{t_{k,n}}^{t_{k+1,n}} t^m e^{-t} L_p^m(t) dt \end{aligned} \quad (2.5)$$

С учетом справочного интеграла [6]:

$$\int x^\alpha e^{-x} L_n^\alpha(x) dx = \frac{1}{n} x^{\alpha+1} e^{-x} L_{n-1}^{\alpha+1}(x) \quad (2.6)$$

вместо (2.5) получим следующее выражение для коэффициентов разложения (2.3):

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pm}^{(n,m)} &= \frac{2}{p} \sqrt{\frac{(p-m)!}{(p!)^3}} \times \\ &\times \sum_{k=1}^n \left[(-1)^{k-1} (t_{k,n})^{m+1} e^{-t_{k,n}} L_{p-1}^{m+1}(t_{k,n}) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

При этом коэффициенты $\hat{C}_{pq}^{(nm)}$ с $q \neq m$ равны нулю.

Рассмотрим пример. Пусть требуется сформировать моду Гаусса-Лагерра $S_{10}(t, \theta)$. Для этого разместим в плоскости $z=0$ фазовый элемент с пропусканием $\hat{S}_{10}(t) = \operatorname{sgn}\left[L_1^0(t)\right]$. Тогда, согласно уравнению (2.7) в пространстве за фильтром сформируется суперпозиция световых мод:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{10}(t) &= \sum_{p=1}^{\infty} \hat{C}_{p0}^{(10)} L_p^0(t) = \\ &= 0,736 \cdot L_1^0(t) - 0,184 \cdot L_2^0(t) + \\ &+ 0,020 \cdot L_3^0(t) - 0,001 \cdot L_4^0(t) + \dots\end{aligned}\quad (2.8)$$

Освещая такой фазовый элемент коллимированным гауссовым пучком, получим согласно уравнению (1.13) в частотной плоскости световое поле с амплитудой, пропорциональной выражению ($a=1$ мм):

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty} e^{-r^2/2} \operatorname{sgn}[L_1^0(r^2)] J_0(r\rho) \cdot r dr = \\ &= \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p \hat{C}_{p0}^{(1,0)} e^{-\rho^2/2} L_p^0(\rho^2) = \\ &= -e^{-\rho^2/2} [0,736 \cdot L_1^0(\rho^2) + 0,184 \cdot L_2^0(\rho^2) + \\ &+ 0,020 \cdot L_3^0(\rho^2) + 0,001 \cdot L_4^0(\rho^2) + \dots],\end{aligned}\quad (2.9)$$

где $J_0(x)$ - функция Бесселя.

Отношение энергий световых пучков, описываемых вторым и первым слагаемыми в уравнении (2.9) равно:

$$\begin{aligned}&\frac{(0,184)^2 \int_0^{\infty} e^{-\rho^2} [L_2^0(\rho^2)]^2 \cdot \rho d\rho}{(0,736)^2 \int_0^{\infty} e^{-\rho^2} [L_1^0(\rho^2)]^2 \cdot \rho d\rho} = \\ &+ \frac{(0,184)^2 (2!)^2}{(0,736)^2 (1!)^2} \approx 0,25\end{aligned}$$

Таким образом, в первом слагаемом суммы (2.9), описывающем моду Гаусса-Лагерра $S_{10}(t, \theta)$, содержится более 70% всей энергии светового пучка.

Еще более эффективным способом формирования моды Гаусса-Лагерра $S_{nm}(r, \theta)$ является освещение не гауссовым, а плоским световым пучком фазового ДОЭ с пропусканием ($a=1$ мм):

$$\tilde{S}_{nm}(r, \theta) = \operatorname{circ}\left(\frac{r}{R}\right) \operatorname{sgn}\left[L_n^m(r^2)\right] \exp(\pm im\theta) \quad (2.10)$$

$$\text{где } \operatorname{circ}\left(\frac{t}{t_0}\right) = \begin{cases} 1, & t \leq t_0 \\ 0, & t > t_0 \end{cases}$$

В этом случае значение R следует выбирать так, чтобы выражение, определяющее эффективность:

$$E = \frac{\left| \int_0^{2\pi} \int_0^R \tilde{S}_{nm}(r, \theta) \cdot S_{nm}^*(r, \theta) r dr d\theta \right|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^R |\tilde{S}_{nm}(r, \theta)|^2 r dr d\theta \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |S_{nm}(r, \theta)|^2 r dr d\theta} \quad (2.11)$$

было максимальным.

Рассмотрим пример с модой Гаусса-Лагерра $S_{10}(t, \theta)$. В этом случае выражение (2.11) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}E &= \frac{\left| 2 \cdot \left[\int_0^1 e^{-r^2/2} (1-r^2) r dr - \int_1^R e^{-r^2/2} (1-r^2) r dr \right] \right|^2}{R^2} = \\ &= \frac{4 \cdot [1,426 - e^{-R^2/2} (R^2 + 1)]^2}{R^2}\end{aligned}\quad (2.12)$$

и достигает максимального значения $E=0,786$ при $R=2,5$ мм. Значит, световое поле (2.10) формирует моду Гаусса-Лагерра $S_{10}(r, \theta)$ с эффективностью около 79%.

3. Численные примеры

При численном моделировании использовались следующие параметры: 128 отсчетов по радиусу r и 128 отсчетов по угловой составляющей θ , диапазон изменения аргументов $r \in [0, 7\text{мм}]$, $\theta \in [0, 2\pi]$, длина волны $\lambda=0,63$ мкм, фокусное расстояние $f=100$ мм, радиус гауссового пучка в перетяжке $a=1$ мм. В формулах (1.4) и (3.3) рассматривались члены ряда с номерами $n, m \leq N=7$.

Действие рассчитанных ДОЭ моделировалось с помощью численного преобразования Фурье (1.13).

На рис. 1 представлены результаты формирования моды Гаусса-Лагерра (3,2). Фазовая функция (рис. 1а) рассчитывалась по формуле (2.10). На рис. 1б показан сформированный таким ДОЭ пучок и для сравнения на рис. 1в приведена эталонная мода Гаусса-Лагерра (3,2). Их радиальные сечения показаны на рис. 1г (сплошная линия - рассчитанная мода, пунктирная линия - эталонная мода).

Оптимальный радиус апертуры R определялся из условия максимизации эффективности E (2.11) сформированного пучка. График зависимости E от R для моды Гаусса-Лагерра (3,2) представлен на рис.2. Из графика видно, что оптимальный размер апертуры ДОЭ для формирования моды Гаусса-Лагерра (3,2) равен $R=4,5$ мм. При этом эффективность достигает значения 81%.

Проведя аналогичные исследования можно подобрать оптимальный радиус ДОЭ для формирования любой моды. С помощью численного моделирования было показано, что фазовые ДОЭ, рассчитанные по формуле (2.10) позволяют формировать одномодовые пучки с эффективностью 77-81% в зависимости от номера моды. В следующей таблице приведены значения R и E для нескольких мод.

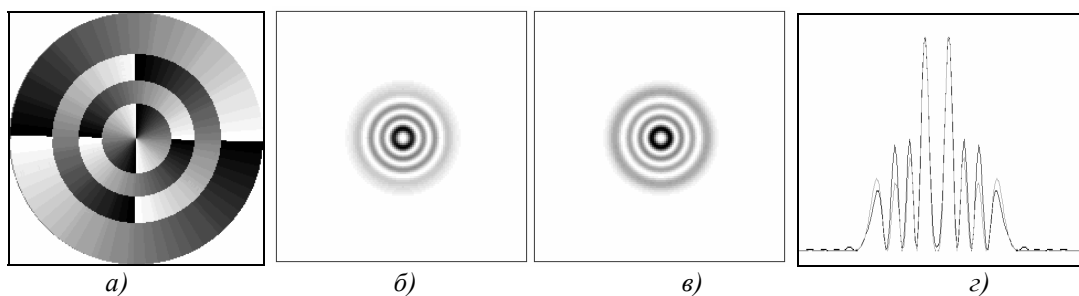


Рис. 1. Одномодовый пучок: фаза ДОЭ (а); распределения интенсивности в Фурье-спектре для рассчитанной (б) и эталонной (в) мод Гаусса-Лагерра (3,2); интенсивность в радиальном сечении (г) (сплошная линия - расчет, пунктирная линия - эталон).

Таблица 2. Значения оптимального радиуса апертуры ДОЭ R и эффективности E ($a=1$ мм).

Номер моды Гаусса-Лагерра	(1,0)	(2,1)	(3,2)	(4,2)	(5,1)
Оптимальный радиус R , мм	2,5	4	4,5	4,7	5
Эффективность E , %	79	77	81	78	77

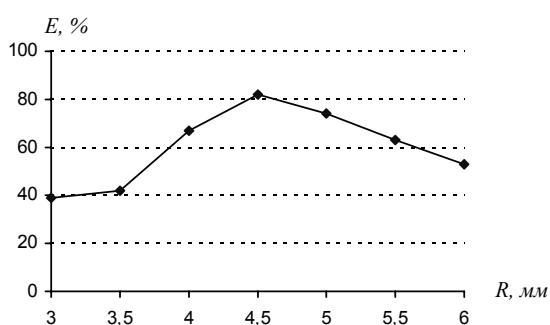


Рис. 2. Зависимость эффективности пучка E от радиуса апертуры R для ДОЭ, формирующего моду Гаусса-Лагерра (3,2).

Можно предположить, что для суперпозиции мод оптимальным радиусом апертуры ДОЭ

является средний из оптимальных радиусов входящих в суперпозицию мод.

На рис. 3 приведены примеры фазовых ДОЭ (рис. 3а), формирующих многомодовые пучки Гаусса-Лагерра в плоскости пространственного спектра (рис. 3в). Верхняя строка рисунка относится к группе из 5-ти мод: (1,1), (3,1), (4,-3), (5,1), (5,-5), имеющих собственные числа, равные i . Коэффициенты разложения пучков представлены на рис. 3б в полутонах. Нижняя строка рисунка относится к группе из 6-ти мод: (2,0), (3,-2), (3,2), (4,-4), (4,0), (4,4), имеющих собственные числа, равные 1. Оба пучка являются собственными функциями преобразования Фурье. Для сравнения на рис. 3г показаны эталонные распределения интенсивности указанных композиций мод.

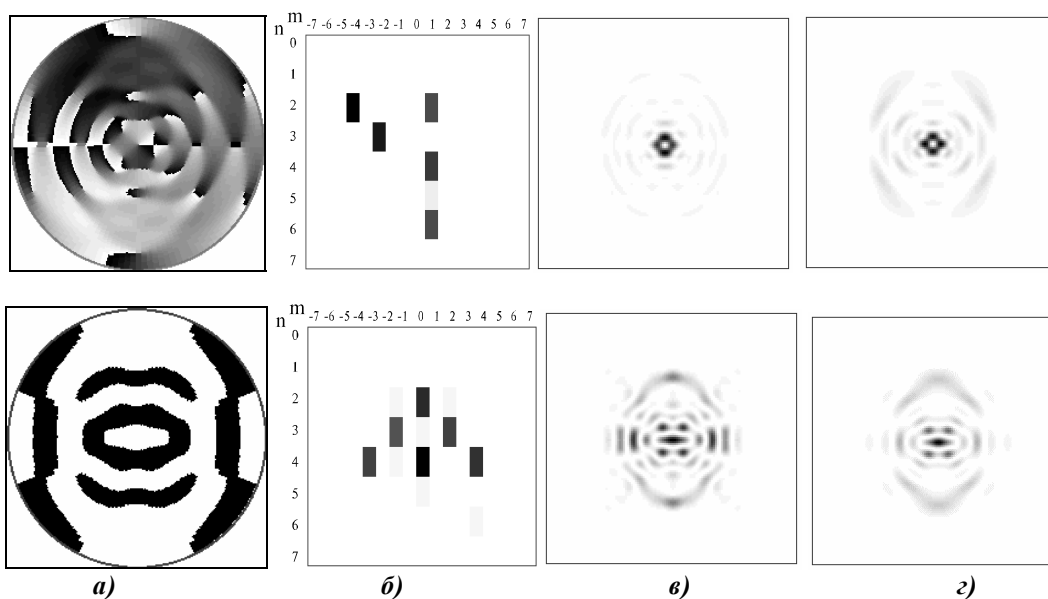


Рис. 3. Многомодовые пучки: фаза ДОЭ (а); квадраты модулей коэффициентов в разложении (1.1) (б); распределения интенсивности в фокальной плоскости для рассчитанной (в) и эталонной (г) композиции мод Гаусса-Лагерра (верхняя строка для 5-ти модового пучка, нижняя строка для 6-ти модового пучка).

Заключение

В данной работе получены следующие результаты:

- предложен итеративный алгоритм для расчета фазы дифракционных оптических элементов, формирующих многомодовые пучки Гаусса-Лагерра (уравнения (1.4)-(1.9));
- введено понятие групповой моды, как суперпозиции мод Гаусса-Лагерра, не изменяющей своей структуры после прохождения Фурье-каскада (уравнение (1.16));
- показано, что для эффективного формирования одномодовых пучков Гаусса-Лагерра можно использовать фазовые элементы, функция пропускания которых пропорциональна знаковой функции от обобщенного многочлена Лагерра (уравнения (2.1) и (2.10)).

Благодарность

Данная работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (№ 96-01-10021 и 96-15-96026).

Литература

1. Soifer V.A., Golub M.A. *Laser beam mode selection by computer generated holograms*, CRC Press, Boca Raton, U.S., 1994.
2. Голуб М.А., Павельев В.С., Сойфер В.А., *Построение итеративного алгоритма расчета фазовых дифракционных элементов, формирующих заданное одномодовое распределение на основе применения метода обобщенных проекций*, Компьютерная оптика, М., МЦНТИ, 1995, вып. 14-15, часть 2, с. 85-93.
3. Kotlyar V.V., Nikolsky I.V., Soifer V.A. *An algorithm for calculating multichannel formers of Gaussian modes*, Optik, 1994, v.98, no.1, pp.26-30.
4. Soifer V.A., Kotlyar V.V., Doskolovich L.L. *Iterative methods for diffractive optical elements computation*, Taylor & Francis, London, 1997.
5. J.R. Fienup. *Phase retrieval algorithms. A comparison*. Appl. opt., 1982, v.21, №15, pp. 2758-2769.
6. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Марычев О.И., *Интегралы и ряды. Специальные функции*, М., Наука, 1983