РЕАЛИЗАЦИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПРИ РАЗНОСТНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ТРЕХМЕРНОМ ОПТИЧЕСКОМ ЭЛЕМЕНТЕ

Д.Л. Головашкин, В.А. Сойфер
Институт систем обработки изображений Российской академии наук,
Самарский государственный аэрокосмический университет

Введение

Численное решение многомерных уравнений математической физики характеризуется большими вычислительными затратами, когда время решения задачи может превышать время безотказной работы вычислительной техники. В связи с этим целесообразно использовать компьютеры, позволяющие реализовывать параллельные вычисления, тем самым в несколько раз сокращая время вычислений. В частности, проводя вычисления на кластере, можно исследовать поведение электромагнитной волны в трехмерном оптическом элементе в рамках строгой электромагнитной теории с помощью разностного решения уравнений Максвелла.

В работе [1] представлена явно-неявная разностная схема, позволяющая численно решать систему уравнений Максвелла, записанную в трехмерной декартовой системе координат (трехмерная система уравнений Максвелла). В работе [2] предложены параллельные алгоритмы решения разностных уравнений явно-неявных и неявных схем для двумерной системы уравнений Максвелла. Целью настоящей работы является описание особенностей параллельного алгоритма, позволяющего эффективно решать разностные уравнения явно-неявной схемы для трехмерной системы уравнений Максвелла.

1. Решение системы разностных уравнений явно-неявной схемы

В работе [2] показано, что при распараллеливании решения разностных уравнений явно-неявных схем удается избежать продольно-поперечных прогонок, ограничившись только продольными. Это вдвое сокращает объем передаваемых данных, ускоряя вычисления. Однако построение алгоритма, реализующего только продольные прогонки, возможно лишь в случае, когда сеточная область двумерна. Для решения трехмерной системы уравнений Максвелла, как показано в работе [1], необходимо реализовывать как продольные, так и поперечные прогонки. При этом возникает задача минимизации количества поперечных прогонок для сокращения времени вычислений.

Допустим, что при распараллеливании сеточная область распределена между параллельными процессами по оси Z (для распределения по осям X и Y можно привести рассуждения, аналогичные нижеследующим). При решении системы разностных уравнений необходимо реализовать прогонки, вектора которых параллельны осям X,Y и Z [1]. На рис. 1 и 2 приведены варианты перебора слоев прогонки, состоящих из векторов, параллельных оси X. В первом случае (рис.1) слои перпендикулярны оси Z, во втором случае (рис.2) слои перпендикулярны оси Y. Очевидно предпочтительнее вариант, представленный на рис.1., позволяющий не делить слои между процессами. Аналогично поступаем при формировании вычисляемых слоев, состоящих из векторов прогонки, направленных параллельно оси Y. В этом случае также предпочтителен вариант, когда слои прогонки перпендикулярны оси Z. Не удастся избежать поперечной прогонки в случае, когда вектор прогонки параллелен оси Z. Как бы ни были построены слои прогонки, перпендикулярно оси X или перпендикулярно оси Y, сам вектор прогонки делится между параллельными процессами, и, следовательно, для его вычисления необходимо применять поперечную прогонку.

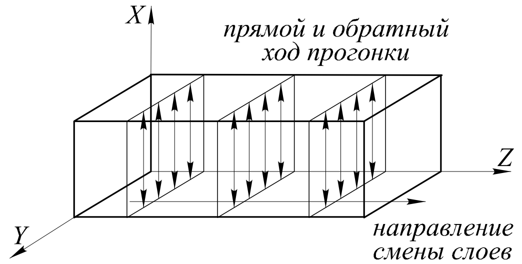

Рис. 1. Слои прогонки перпендикулярны оси Z.

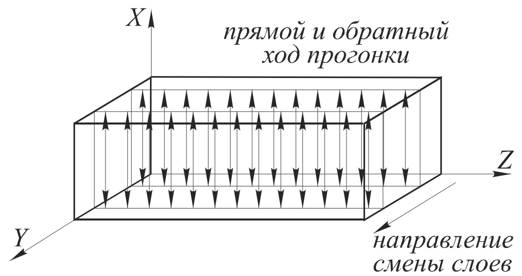

Рис. 2. Слои прогонки перпендикулярны оси Y.

Таким образом, при распараллеливании решения системы разностных уравнений, представленных в [1] необходимо дважды применять продольную прогонку и один раз поперечную.

На рис. 3,4,5 представлены характеристики распараллеливания предложенного алгоритма при следующей дискретизации: по X и Y - 25 узлов сетки, по Z - 1680 узлов сетки.

Коэффициент ускорения вычисляется как

$$k_{ускорения} = \frac{T^1}{T^N}, \quad (1)$$

а коэффициент эффективности

$$k_{эффективности} = \frac{k_{ускорения}}{N}, \tag{2}$$

где T^1- время работы программы без распараллеливания (один процесс), T^N- время работы параллельной программы с числом процессов равным N.

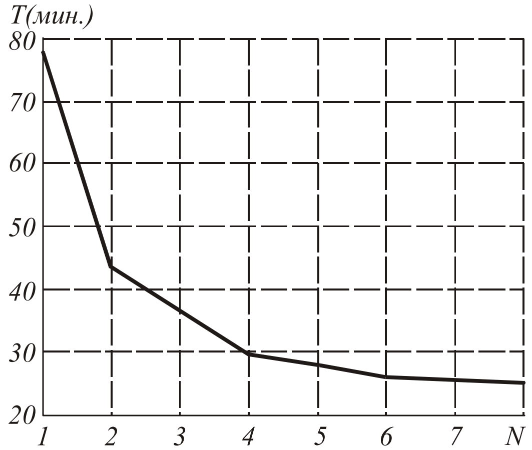

Рис. 3. Зависимость времени вычислений T от числа процессов N.

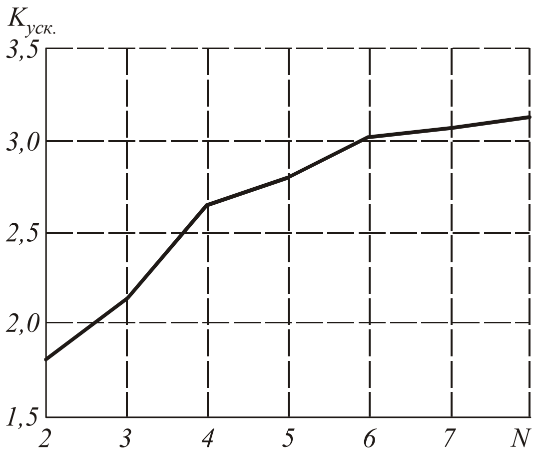

Рис. 4. Зависимость ускорения $к_{уск}$ от числа процессов N.

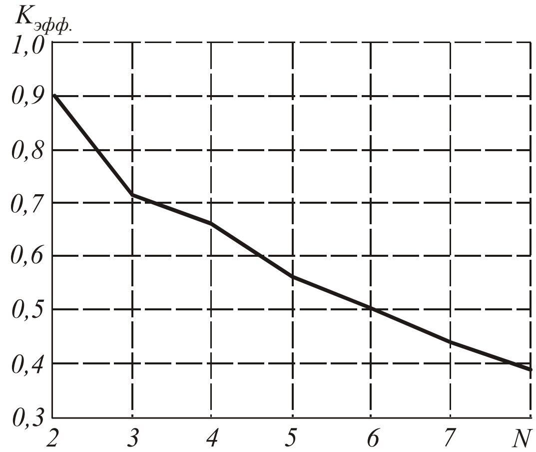

Рис. 5. Зависимость эффективности распараллеливания $к_{эфф}$ от числа процессов N.

Сравнение результатов распараллеливания с аналогичными результатами из [2], полученными при распараллеливании решения разностных уравнений явно-неявных и неявных схем, дает основание утверждать, что эффективность распараллеливания в представленном случае определяется эффективностью распараллеливания поперечной прогонки, как наименее эффективной по сравнению с продольной прогонкой.

2. Прохождение электромагнитной волны через сферическую преломляющую поверхность, заключенную в полый прямоугольный волновод с идеально проводящими стенками.

В качестве примера реализации предложенного параллельного алгоритма рассмотрим распространение волны типа E_{11} через преломляющую сферическую поверхность (рис. 6). Параметры вычислительного эксперимента брались следующими: по X и Y - 50 узлов сетки, по Z - 400 узлов сетки, длина волны – 1 мкм, показатель преломления сферической поверхности равен 2, радиус кривизны 2 мкм.

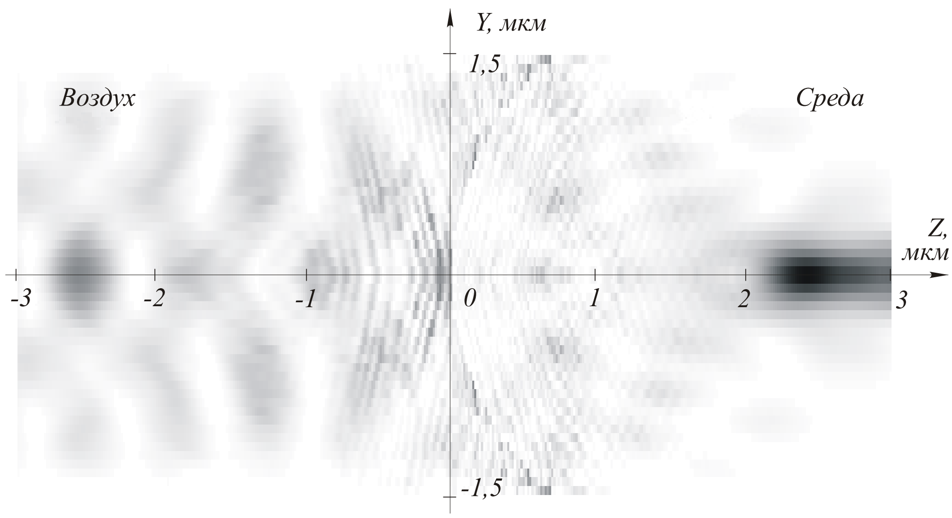

Рис. 6. Распределение интенсивности продольной проекции электрической составляющей электромагнитного поля в сферической диэлектрической поверхности.

По формулам геометрической оптики фокус представленной преломляющей поверхности должен отстоять на 4 мкм от полюса, однако реально он располагается на отметке 2,25 мкм. Такое несоответствие вызвано сферической аберрацией преломляющей поверхности и наличием электрической стенки, определяющей краевые условия.

Заключение

Использование кластера ИСОИ РАН, состоящего из четырех двухпроцессорных компьютеров Pentium 2 , с оперативной памятью 500 Мб каждый и тактовой частотой 400 МГц и 450 МГц (по два компьютера соответственно), соединенных сетью со скоростью 100 Мбит/с, позволило более чем в три раза сократить время моделирования прохождения электромагнитной волны через преломляющую сферическую поверхность и позволило оценить эффект смещения области фокусировки излучения.

Литература

1. Головашкин Д.Л. Разностная схема для уравнений Максвелла// Труды XI межвузовской конференции “Математическое моделирование и краевые задачи”. - Самара, 1999.- с.43-45.
2. Головашкин Д.Л., Сойфер В.А., Шустов В.А. Реализация параллельных вычислений при разностном решении уравнений математической физики// Известия СНЦ РАН.- 2000.-т.3.-(в печати)